WISSENSCHAFT UND HYPOTHESE

XI

FEDERIGO ENRIQUES

PROBLEME DER WISSENSCHAFT

I. TEIL

B. G. TEUBNER IN LEIPZIG UND BERLIN

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Wissenschaft und Hypothese

Sammlung von Einzeldarstellungen aus dem Gesamtgebiet der Wissenschaften mit besonderer Berücksichtigung ihrer Grundlagen und Methoden, ihrer Endziele und Anwendungen.

Die Sammlung will die in den verschiedenen Wissensgebieten durch rastlose Arbeit gewonnenen Erkenntnisse von umfassenden Gesichtspunkten aus im Zusammenhang miteinander betrachten. Die Wissenschaften werden in dem Bewußtsein ihres festen Besitzes, in ihren Voraussetzungen dargestellt, ihr pulsierendes Leben, ihr Haben, Können und Wollen aufgedeckt. Andererseits aber wird in erster Linie auch auf die durch die Schranken der Sinneswahrnehmung und der Erfahrung überhaupt bedingten Hypothesen hingewiesen.

I. Band: **Wissenschaft und Hypothese.** Von Henri Poincaré-Paris. Deutsch von F. und L. Lindemann-München. 2. Aufl. 1906. Geb. *M.* 4.80.

Dies Buch behandelt in den Hauptstücken: Zahl und Größe, den Raum, die Kraft, die Natur, die Mathematik, Geometrie, Mechanik und einige Kapitel der Physik. Zahlreiche Anmerkungen des Herausgebers kommen dem allgemeinen Verständnis noch mehr entgegen und geben dem Leser wertvolle literarische Angaben zu weiterem Studium.

II. Band: **Der Wert der Wissenschaft.** Von Henri Poincaré-Paris. Deutsch von E. und H. Weber-Straßburg. Mit einem Bildnis des Verfassers. 1906. Geb. *M.* 3.60.

Der geistvolle Verfasser gibt einen Überblick über den heutigen Standpunkt der Wissenschaft und über ihre allmähliche Entwicklung, wie sie sowohl bis jetzt vor sich gegangen ist, als wie er sich ihre zukünftigen Fortschritte denkt. Das Werk ist für den Gelehrten zweifellos von größtem Interesse; durch seine zahlreichen Beispiele und Erläuterungen wird es aber auch jedem modernen Gebildeten zugänglich gemacht.

III. Band: **Mythenbildung und Erkenntnis.** Eine Abhandlung über die Grundlagen der Philosophie. Von G. F. Lipps-Leipzig. 1907. Geb. *M.* 5.—

Der Verfasser zeigt, daß erst durch die Widersprüche, die mit dem naiven, zur Mythenbildung führenden Verhalten unvermeidlich verknüpft sind, der Mensch auf die Tatsache aufmerksam wird, daß sein Denken die Quelle der Erkenntnis ist — er wird kritisch und gelangt zu der kritischen Weltbetrachtung. Die Entwicklung der kritischen Weltbetrachtung stellt die Geschichte der Philosophie dar.

IV. Band: **Die nichteuklidische Geometrie.** Historisch-kritische Darstellung ihrer Entwicklung. Von R. Bonola-Pavia. Deutsch von H. Liebmann-Leipzig. 1908. Geb. *M.* 5.—

In der vom Verfasser und Übersetzer erweiterten deutschen Ausgabe wird wohl nicht nur den Mathematikern ein Gefallen erwiesen, sondern vor allem auch den vielen, welche, mit elementaren mathematischen Vorkenntnissen ausgestattet, Ziele und Methoden der nichteuklidischen Geometrie kennen lernen wollen. Man wird in der elementar gehaltenen und flüssigen Darstellung die Antwort auf viele Fragen finden, wo andere nur dem gründlich vorgebildeten Mathematiker zugängliche Quellen versagten.

V. Band: **Ebbe und Flut sowie verwandte Erscheinungen im Sonnensystem.** Von G. H. Darwin-Cambridge. Deutsch von A. Pockels-Braunschweig. Mit einem Einführungswort von G. v. Neumayer u. 43 Illustrationen. 1902. Geb. *M.* 6.80.

Nach einer Übersicht über die Erscheinungen der Ebbe und Flut, der Seeschwankungen, der besonderen Flutphänomene sowie der Beobachtungsmethoden werden in sehr anschaulicher, durch Figuren erläuterter Weise die fluterzeugenden Kräfte, die Theorien der Gezeiten sowie die Herstellung von Gezeitentafeln erklärt. Die folgenden Kapitel sind geophysikalischen und astronomischen Fragen, die mit der Einwirkung der Gezeitenkräfte auf die Weltkörper zusammenhängen, gewidmet.

VI. Band: **Das Prinzip der Erhaltung der Energie.** Von Max Planck-Berlin. 2. Auflage. 1908. Geb. *M.* 6.—

In drei Abschnitten wird behandelt: die historische Entwicklung des Prinzips von seinen Uranfängen bis zu seiner allgemeinen Durchführung in den Arbeiten von Mayer, Joule, Helmholtz, Clausius, Thomson; die allgemeine Definition des Energiebegriffs, die Formulierung des Erhaltungsprinzips nebst einer Übersicht und Kritik über die versuchten Beweise; schließlich die Darlegung, wie man durch Anwendung des Prinzips zu einer einheitlichen Übersicht über die Gesetze der gesamten Erscheinungswelt gelangen kann.

VII. Band: **Grundlagen der Geometrie.** Von D. Hilbert-Göttingen. 3. Auflage. 1909. Geb. *M.* 6.—

Diese Untersuchung ist ein Versuch, für die Geometrie ein vollständiges und möglichst einfaches System von Axiomen aufzustellen und aus denselben die wichtigsten geometrischen Sätze in der Weise abzuleiten, daß dabei die Bedeutung der verschiedenen Axiomgruppen und die Tragweite der aus den einzelnen Axiomen zu ziehenden Folgerungen möglichst klar zutage tritt.

VIII. Band: **Das Wissen unserer Zeit in Mathematik und Naturwissenschaft.** Von É. Picard-Paris. Deutsch von F. u. L. Lindemann-München. [Unter der Presse.]

Der Verfasser hat versucht, in diesem Buche eine zusammenfassende Übersicht über den Stand unseres Wissens in Mathematik, Physik und Naturwissenschaften in den ersten Jahren des 20. Jahrhunderts zu geben. Man findet die verschiedenen Gesichtspunkte, unter denen man heute den Begriff der wissenschaftlichen Erklärung betrachtet, ebenso wie die Rolle, die hierbei die Theorien bilden, eingehend erörtert.

IX. Band: **Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften und ihre Beziehungen zum Geistesleben der Gegenwart.** Von P. Volkmann-Königsberg i. P. 2. Auflage. 1910. Geb. *M* 6.—

Durch die sichtliche Zunahme der erkenntnistheoretischen Interessen auf allen Gebieten der Naturwissenschaften war dem Verfasser der Weg für die Neubearbeitung der inzwischen notwendig gewordenen zweiten Auflage vorgezeichnet, seine späteren erkenntnistheoretischen Untersuchungen in die Grundzüge einzuarbeiten und damit eine weitere Durcharbeitung des gesamten für ihn in Betracht kommenden Gegenstandes zu versuchen, ohne daß dabei Richtung und Ergebnis seiner bisherigen Studien eine wesentliche Änderung erfahren konnten.

X. Band: **Wissenschaft und Religion in der Philosophie unserer Zeit.** Von É. Boutroux-Paris. Deutsch von E. Weber-Straßburg i. E. 1910. Geb. ℳ 6.—

Die Frage nach den Beziehungen zwischen Wissenschaft und Religion ist ein Problem, mit dem sich wohl jeder denkende Mensch schon beschäftigt hat, und über das er gerne einigen Aufschluß haben möchte. Boutroux zeigt uns in klarer und anschaulicher Weise die Ideen einiger der größten Denker über diesen Punkt. Er übt aber auch strenge Kritik und verhehlt uns nicht alle die Schwierigkeiten und Einwendungen, die sich gegen jedes dieser Systeme erheben lassen. So darf das Werk allgemeines Interesse beanspruchen.

XI. Band: **Probleme d. Wissenschaft.** Von F. Enriques-Bologna. Deutsch von K. Grelling-Göttingen. 2 Teile. 1910.

I. Teil: **Wirklichkeit und Logik.** Geb. ℳ 4.—
II. — **Die Grundbegriffe der Wissenschaft.** Geb. ca. ℳ 5.—

Der Plan des Werkes ist ein sehr umfassender. Es handelt sich um eine neue Theorie der Erkenntnis, welche der Verfasser durch eine gründliche Analyse der Fragen der Logik und Psychologie entwickelt, dabei die verschiedenen Zweige der Wissenschaft, von der Mathematik, der Mechanik, der Physik, der Chemie bis zur Biologie, der Wirtschaftslehre und der Geschichte usw. berührend.

XII. Band: **Die log. Grundlagen d. exakten Wissenschaften.** Von P. Natorp-Marburg. 1910. Geb. ℳ 6.60.

Das Buch, das gleichsam eine nach modernen Begriffen reformierte „Kritik der reinen Vernunft" darstellt, versucht eine in den Hauptzügen vollständige, geschlossene Philosophie der exakten Wissenschaften zu bieten, wobei ein strenger Systemzusammenhang, der von den logischen durch die mathematischen zu den mechanischen Prinzipien und damit zu denen der gesamten Physik herabreicht, angestrebt ist.

In Vorbereitung (genaue Fassung der Titel vorbehalten):

Anthropologie und Rassenkunde. Von E. v. Baelz-Stuttgart.
Prinzipien der vergleichenden Anatomie. Von H. Braus-Heidelberg.
Die Erde als Wohnsitz des Menschen. Von K. Dove-Jena.
Das Gesellschafts- und Staatenleben im Tierreich. Von K. Escherich-Tharandt.
Prinzipien der Sprachwissenschaft. Von N. N.
Erdbeben und Gebirgsbau. Von Fr. Frech-Breslau.
Grundlagen der Natur- und Geisteswissenschaften. Von Dr. M. Frischeisen-Köhler-Berlin.
Die pflanzengeographischen Wandlungen der deutschen Landschaft. Von H. Hausrath-Karlsruhe.
Reizerscheinungen der Pflanzen. Von L. Jost-Bonn-Poppelsdorf.
Geschichte der Psychologie. Von O. Klemm-Leipzig.
Die Materie im Kolloidalzustand. Von V. Kohlschütter-Straßburg i. E.
Vorfahren und Vererbung. Von F. Le Dantec-Paris. Deutsch von H. Kniep-Freiburg i. B.
Die wichtigsten Probleme der Mineralogie und Petrographie. Von G. Linck-Jena.
Wissenschaft und Methode. Von H. Poincaré-Paris. Deutsch von F. und L. Lindemann-München.
Botan. Beweismittel f. d. Abstammungslehre. Von H. Potonié-Berlin.
Mensch und Mikroorganismen unter besonderer Berücksichtigung des Immunitätsproblems. Von H. Sachs-Frankfurt a. M.
Grundfragen der Astronomie, der Mechanik und Physik der Himmelskörper. Von H. v. Seeliger-München.
Meteorologische Zeit- und Streitfragen. Von R. Süring-Berlin.

Die Sammlung wird fortgesetzt.

Fritz London.

FEDERIGO ENRIQUES

PROBLEME DER WISSENSCHAFT

ERSTER TEIL
WIRKLICHKEIT UND LOGIK

ÜBERSETZT VON
KURT GRELLING

LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1910

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN

Vorwort.

Gedanken, welche im Laufe des Dezenniums von 1890 bis 1900 herangereift sind, haben mich auf die Kritik einiger Probleme geführt, die sich auf die logische und psychologische Entwickelung der wissenschaftlichen Erkenntnisse beziehen. Dies sind die hier behandelten „Probleme der Wissenschaft".

Der Plan des Werkes (mit Ausnahme des letzten Kapitels) kann seit dem Jahre 1901 als festgestellt betrachtet werden. In diesem Jahre begann ich meine Ansichten über den Gegenstand in verschiedenen Vorlesungen und Vorträgen auseinanderzusetzen. Die äußere Anordnung des Stoffes hat nach dieser Zeit nur unwesentliche Verbesserungen erfahren.

Es ist schwer, die allgemeine Tendenz der Behandlungsweise des Themas mit Bezug auf die philosophischen Schulunterscheidungen zu definieren. Ich möchte sie als zugleich kritisch und positivistisch charakterisieren; denn ich glaube wirklich, diese philosophischen Richtungen, die mich zuerst zum Nachdenken angeregt haben, klarer und wissenschaftlicher auszulegen und ohne eklektischen Kompromiß zu versöhnen; aber ich verhehle mir nicht die tiefen Unterschiede, welche die in diesem Buche dargelegten Gedanken von denjenigen trennen, die unter dem Namen des „kritischen Positivismus" kursieren. Schon die Lektüre des ersten einleitenden Kapitels genügt, um das zu zeigen.

Welche Gegenstände in den verschiedenen Teilen des Buches behandelt werden, kann man aus den Über-

schriften ersehen, die auch im Inhaltsverzeichnis aufgeführt sind. Das verknüpfende Band zwischen so weit auseinanderliegenden Themen besteht in dem Überblick über das Ganze des wissenschaftlichen Fortschritts, den wir unter Herbeiziehung zahlreicher Beispiele induktiv zu erklären versucht haben.

Die Analyse des Begriffs der Wirklichkeit erweitert sich im zweiten Kapitel zu einer Kritik der Begriffe „Tatsache" und „Theorie", welche zur Scheidung des positiven Gehalts der Wissenschaft von den in ihr enthaltenen subjektiven Elementen dient.

Aus dieser Analyse ergeben sich zwei Reihen von Problemen, die nacheinander eingehend behandelt werden: nämlich diejenigen, welche sich auf die logische Umformung der Begriffe beziehen, die als Ergebnis einer psychologischen Entwickelung und als Werkzeug der Erkenntnis betrachtet wird (Kap. III), und diejenigen, welche die Bedeutung und die Bildung der allgemeinsten Begriffe wie Raum, Zeit, Bewegung usw. betreffen (Kap. IV, V).

Im VI. Kapitel werden die Fragen der theoretischen Physik einer Prüfung unterzogen unter dem Gesichtspunkt einer Kritik der mechanistischen Naturphilosophie. Hieran schließen sich einige Bemerkungen über die Ausdehnung der mechanistischen Erklärung auf die Lebenserscheinungen.

Wir haben in diesem Buche unseren Begriff der Wissenschaft nicht im Zusammenhange eines allgemeinen philosophischen Systems entwickelt.

In den Rahmen unserer Untersuchung gehören nicht die Beziehungen zwischen *Wissen* und *Wollen* außer derjenigen, die in der Definition der Wissenschaft selbst enthalten ist. Daher wird ihr *Wert* von uns postuliert und alle Werturteile über sie sind von unserer Kritik ausgeschlossen.

Dennoch halten wir das Wissen nicht für einen Zweck an sich. Wir sehen wohl, daß das Wort „*Die Wissenschaft für die Wissenschaft!*“ vom sozialen Standpunkte aus eine leere Formel ist und so anderseits die Wissenschaft dem Willen zwar die *Mittel*, aber nicht die *Zwecke* des Handelns zeigen kann, daß es also ungereimt ist, in der Wissenschaft *praktische Gesetze des Lebens* zu suchen.

Wir meinen jedoch, daß der Wille zur Wissenschaft, abgesehen von dem utilitarischen Zwecke, den er verfolgt, sich selbst einem moralischen Gesetze unterwirft, sofern er die Unabhängigkeit der Wahrheit von unserem Fürchten und Wünschen anerkennt und so beiträgt zur Entwickelung der ganzen menschlichen Persönlichkeit, des Gewissens und der Macht eines Willens, der fähig ist, den Blick über die vergänglichen Schranken der Gegenwart zu höherem künftigen Fortschritt zu erheben.

Das Vertrauen auf diese Philosophie der Wissenschaft hat mich veranlaßt, die Gefilde der Geometrie, wo der Gedanke in der Sicherheit erworbenen Besitzes ruhig dahinlebt, mit dem Kampfplatz zu vertauschen, auf dem um die ersten Anfänge einer Erkenntnistheorie gekämpft wird, über die sich die Gelehrten verständigen könnten und die es möglich machen würde, die verschiedenen Wissensgebiete zu dem gemeinsamen Fortschritt der Erkenntnis zusammenzuführen.

So kam ich darauf, ein Buch zu schreiben, das, indem es dergestalt weit auseinander liegende Dinge und Probleme in Beziehung setzt, von dem, was man bei unseren Gelehrten gewohnt ist, einigermaßen abweicht und deshalb im Publikum begreiflichem Mißtrauen begegnen muß.

Dem kann ich nur das Bewußtsein 15jähriger Arbeit entgegenhalten. Wo sich aber dennoch Bildung und Verstand dem kühnen Unternehmen nicht gewachsen zeigen, da möchte ich die Hoffnung aussprechen, daß die

Anstrengung keine vergebliche war, sondern daß die Idee der geeinigten Wissenschaft die Bemühungen der Männer, die auf getrennten Wegen der Eroberung der Wahrheit zustreben, zu einem höheren Ziele verbrüdern möge.

Möge diese Idee über die methodischen und materialen Unterschiede als ein Leuchtturm des Fortschritts sich erheben. Möge sie vorzüglich den Italienern den Weg beleuchten, auf daß das Werk der Renaissance, das unsere Väter begonnen haben, sich fortsetze in der vollen und harmonischen Entfaltung des Nationalgeistes.

Bologna, Januar 1906.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort III

Kapitel I. **Einleitung.**

§ 1. Besondere Probleme und allgemeine Ideen in der Wissenschaft 1
§ 2. Wissenschaft und Philosophie 4
§ 3. Der agnostische Verzicht 6
§ 4. Die sogenannten unlösbaren Probleme 8
§ 5. Die Quadratur des Kreises 8
§ 6. Das perpetuum mobile 11
§ 7. Die Alchimie 12
§ 8. Das Erkenntnisproblem 13
§ 9. Die Gefahren der Sprache 16
§ 10. Absolut und Relativ: das Absolute in der Bewegung. 17
§ 11. Das Absolute in der Moral 19
§ 12. Was ist das Absolute in einem transzendenten Sinne? 21
§ 13. Die transzendenten Prozesse und die physiologische Psychologie 22
§ 14. Die transzendenten Prozesse in der Analysis des Unendlichen 23
§ 15. Der psychologische Wert des Absoluten 26
§ 16. Wesen und Schein 29
§ 17. Das Unbekannte 31
§ 18. Der Unterschied zwischen Subjektiv und Objektiv nach KANT 32
§ 19. Der Unterschied zwischen Subjektivem und Objektivem positiv betrachtet 34
§ 20. Das Subjektive und Objektive bei der Messung . . . 38
§ 21. Subjektives und Objektives im Aufbau der Wissenschaft 43
§ 22. Kritik des Positivismus 45
§ 22a. Positivismus und Metaphysik 46

Seite

§ 23. Physikalischer Positivismus 50
§ 24. Biologischer Positivismus 55
§ 25. Psychologischer Positivismus 65
§ 26. Der Positivismus in Geschichte und Soziologie . . 68
§ 27. Die positiven Ziele, die man einer Theorie der Wissenschaft stecken kann 70
§ 28. Die Methoden: die geschichtliche, die psychologische, die wissenschaftliche 74

Kapitel II. Tatsachen und Theorien.

§ 1. Traum und Wirklichkeit 81
§ 2. Sinnestäuschungen 82
§ 3. Das Kriterium der Wirklichkeit 84
§ 4. Die Voraussetzungen im Begriff der Wirklichkeit . . 87
§ 5. Die Wirklichkeit des Vergangenen 90
§ 6. Die psychische Wirklichkeit 93
§ 7. Die soziale Seite der Wirklichkeit 94
§ 8. Die Halluzinationen 95
§ 9. Die biologische Bedeutung des Glaubens an die Wirklichkeit 98
§ 10. Das Postulat der Erkenntnis 99
§ 11. Unbearbeitete und wissenschaftliche Tatsachen . . . 101
§ 12. Die physikalischen Tatsachen 102
§ 13. Tatsache und Gesetz 104
§ 14. Die Tatsachen der Astronomie 107
§ 15. Die chemischen Tatsachen 110
§ 16. Die Tatsachen der Naturwissenschaften 111
§ 17. Die geschichtlichen Tatsachen 115
§ 18. Die der wissenschaftlichen Erkenntnis zugrundeliegenden Annahmen 120
§ 19. Der Wert der wissenschaftlichen Erkenntnis . . . 123
§ 20. Erkenntnis durch Begriffe 124
§ 21. Empirismus und Rationalismus 125
§ 22. Die Erwerbung der Erkenntnisse 127
§ 23. Wissenschaftliche Theorien 130
§ 24. Die Theorie der Gravitation 131
§ 25. Kritik der Theorien 137
§ 26. Poissons elektrostatische Theorie 139
§ 27. Die Theorie der Lösungen 144
§ 28. Die Ökonomie und die psychologische Entwickelung der Theorien 149

Kapitel III. Die Probleme der Logik.

A. Die reine Logik.

Seite

§ 1. Reale und formale Logik 153
§ 2. Wortschemata und Zeichen 158
§ 3. Die symbolische und die psychologische Logik . . 162
§ 4. Die Möglichkeit der formalen Logik, abgeleitet aus der Entwickelung der Mathematik 164
§ 5. Kritik der Definition 166
§ 6. Real- und Nominaldefinitionen 171
§ 7. Die implizite Definition 173
§ 8. Beispiele: Die physikalisch gegebenen Begriffe . . 177
§ 9. Die psychologisch gegebenen Begriffe 178
§ 10. Das logische Verfahren: die Problemstellung . . . 180
§ 11. Logische Operationen 183
§ 12. Rein logische Begriffe 184
§ 13. Elementare Typen der Definition 185
§ 14. Konstruierte logische Beziehungen und Axiome . . 187
§ 15. Aussagen 190
§ 16. Gegebene logische Beziehungen 190
§ 17. Bedingungen der Möglichkeit der Begriffe: logische Grundsätze 193
§ 18. Vereinbarkeit der Postulate einer Theorie 195
§ 19. Die Grundlagen der Arithmetik 199

B. Die Anwendung der Logik.

§ 20. Fundamentale Probleme 202
§ 21. Logische Darstellung und das Postulat der Erkenntnis 204
§ 22. Substanz: Materie und Energie 206
§ 23. Ursache 210
§ 24. Zusammenfassung 215
§ 25. Der reale Wert der logischen Grundsätze 216
§ 26. Der Wert der Axiome: die objektive Gültigkeit der Logik 218
§ 27. Die Grenzen der Anwendung der Logik 220
§ 28. Das Problem der Bestätigung 223
§ 29. Die Bestätigung der expliziten Hypothesen 224
§ 30. Die Experimente im Unstetigen 227
§ 31. Experimente im Stetigen 229
§ 32. Schlüsse über die Deutung der Experimente . . . 232
§ 33. Das Postulat der Stetigkeit und die psychologische Vorstellung der Ursachen: wie und warum? . . 234

Seite

§ 34. Sicherung und Bestätigung der impliziten Hypothesen 238
§ 35. Beispiele 241
§ 36. Die Krisis in der zeitgenössischen Volkswirtschaftslehre 241
§ 37. Schlüsse: der circulus vitiosus der Wissenschaft . . 247

C. Die physiologische Seite der Logik.

§ 38. Stellung des Problems 250
§ 39. Grundlegende Hypothesen 252
§ 40. Erklärung der Axiome 256
§ 41. Über die Vorstellung der Ursachen 257

Kapitel I.

Einleitung.

§ 1. Spezielle Probleme und allgemeine Ideen in der Wissenschaft.

Wer sein Leben der Wissenschaft widmet, gerät in eine doppelte Verlegenheit.

Will er an dem Fortschritt der Wissenschaft mitarbeiten, so muß er sich zunächst vorbereiten durch ein geduldiges Studium der tausend Einzelheiten, welche die Technik ausmachen; er muß die Ergebnisse kennen lernen, welche die unzähligen Gelehrten gefunden haben, deren Untersuchungen auf das gleiche Ziel gerichtet sind; er muß sich ihre Begriffe aneignen und sie einer erneuten Kritik unterwerfen.

Diese Arbeit nimmt die Kraft des Forschers so sehr in Anspruch, daß er nur wenig Zeit darauf verwenden kann, einen Blick auf die anderen Zweige der Wissenschaften zu werfen, die sich neben ihm entwickeln.

Und dennoch drängt sich ihm auch diese Notwendigkeit auf.

Wenn er so einerseits spezielle Probleme bearbeiten muß, so kann er es andererseits doch nicht vermeiden, die Ziele dieser Untersuchungen einer Beurteilung zu unterwerfen, indem er von einem allgemeinen Gesichtspunkte ein weiteres Feld der Wissenschaft überschaut.

Diese doppelte Anforderung erzeugt jenen Zwiespalt der Neigungen, der sich in unserem Produktionssystem als Zeit- und Arbeitsverschwendung äußert und unter dem die intellektuelle Gesellschaft leidet.

Der größte Teil der Forscher verschließt sich, wenn ihm die geeignete Leitung fehlt, in einem engen Kreise

und verfällt in blinden Empirismus; andere verlieren sich in die Regionen verworrener Allgemeinheit. Nur wenige überragende Geister finden von selbst den richtigen Weg, und diese müssen oft durch eigene Arbeit das gewinnen, was sie von dem Werke ihrer Mitarbeiter hätten erwarten können.

Aber das heroische Zeitalter eines DESCARTES oder LEIBNIZ, deren Genius sich alle Pforten der Wissenschaften öffneten, scheint für immer vorbei zu sein.

Die Eroberungen der Vergangenheit lasten auf der Gegenwart und der Zukunft. Und wenn man hoffen darf, daß einstmals eine glücklichere Verwendung der Geisteskräfte der heutigen Verwirrung ein Ende setzen werde, so ist nicht anzunehmen, und eigentlich auch nicht zu wünschen, daß wir zu jenem Zustande zurückkehren werden, wo die Wissenschaft das Werk einiger weniger genialer Menschen war. Den vereinten Kräften von Tausenden wird es gelingen, die Steinmassen zu heben, die den Schultern des Riesen zu schwer waren!

Es ist nur nötig, die Organisation der Arbeit zu vervollkommnen, und das läßt sich unter einer freiheitlich gesinnten Regierung durch eine passende wissenschaftliche Erziehung erreichen.

Dazu aber ist notwendig, daß alle die Männer, die in irgendeinem Zweige der Wissenschaft bewandert sind, auch Verständnis für die allgemeinen, der Wissenschaft gesteckten Ziele besitzen.

Dann werden sie sich die Hand reichen und einander in herzlichem Einverständnis unterstützen. Die getrennten Bemühungen der einzelnen werden ersetzt durch die rationellere Arbeit wissenschaftlicher Gesellschaften.[1])

---

1) Es fehlt nicht an Anzeichen dafür, daß das Bedürfnis nach Zusammenschluß sich unter den Gelehrten immer mehr geltend macht. Ich möchte dafür das gewichtige Zeugnis zitieren, das

Auch für die überragenden Geister wird in einer solchen Organisation der Produktion Platz sein. Ja, befreit von dem Zwange, ihr Forschertalent durch Erwerbung einer zu sehr ins Einzelne gehenden Bildung zu ersticken, werden sie von der Allgemeinheit mehr Nutzen haben und ihr daher auch besser dienen; sie werden als Organisatoren mannigfaltige Untersuchungen mit den allgemeinen Zielen der Wissenschaft in Verbindung bringen und dadurch die Möglichkeit gewinnen, das Ganze weiter und genauer zu übersehen.

Aber vielleicht verlieren wir uns in ein Traumbild der dichterischen Einbildungskraft, wenn wir uns das Bild einer idealen Organisation der wissenschaftlichen Produktion vorstellen?

Sicherlich braucht man sich nicht die Schwierigkeiten zu verhehlen, die sich uns in den Weg stellen; dennoch können sie uns das Vertrauen auf den Fortschritt nicht rauben, der sich, wenn auch zweifellos langsam, vollziehen wird und der auf allen Gebieten zu höheren Formen des sozialen Lebens führen muß.

Das Ziel, dem wir heute zustreben müssen, ist eine wissenschaftliche Erziehung, die demjenigen, der auf irgendeinem Gebiete arbeitet, das Verständnis dafür vermittelt, wie sich der Gegenstand seiner Untersuchung allgemeineren Problemen unterordnet.

Man muß in den Geistern Verständnis erwecken für eine höhere Harmonie, in der sich die scheinbaren Gegensätze aufheben.

Nichts ist so gefährlich, als sich in einen Kreis einzuschließen, aus dem durch eine strenge Logik alles das ausgeschlossen wird, was mit einer eng begrenzten Erfahrung nicht übereinstimmt.

E. PICARD in seinem glänzenden Berichte über den allgemeinen Zustand der Wissenschaften ablegt, der bei Gelegenheit der Pariser Ausstellung im Jahre 1900 veröffentlicht wurde.

§ 2. Wissenschaft und Philosophie.

Die soeben hervorgehobenen Ziele stehen in deutlicher Beziehung zu dem Einfluß, den die Philosophie auf die Wissenschaft ausüben soll. Denn im Grunde ist ja die Philosophie nichts anderes als der Ausdruck eines Strebens nach Einheit und Allgemeinheit in unserer Erkenntnis, wenngleich dieses Ziel auf sehr verschiedenen Wegen verfolgt wird.

Aber wenn sie ihrer Mission nicht in dem Maße gerecht wird, wie es notwendig wäre, so muß der Grund dafür in der Lage der Dinge gesucht werden, die am Anfang des verflossenen Jahrhunderts zu jenem verhängnisvollen Zwiespalt führte, der noch heute die Philosophen von den Vertretern der strengen Wissenschaft trennt. Wir beabsichtigen nicht hier die Gründe dieses Zwiespalts zu untersuchen, denn wir möchten die alten Anklagen nicht zu einer Zeit erneuern, wo auf beiden Seiten die Anzeichen einer erfreulichen Wiederannäherung sich bemerkbar machen.

Wir wollen nur bemerken, daß das Urteil der Vertreter der Wissenschaft, das den Mangel an Klarheit und Genauigkeit, der gewissen nebelhaften Ausdrucksweisen des spekulativen Gedankens eigen ist, in sachlicher Weise verbessern sollte, jede Bedeutung verliert, wenn es zugleich mit denen, die die Leerheit ihrer Gedanken durch eine dunkle Sprache zu verbergen suchen, diejenigen verdammt, die vielleicht in einen unvermeidlichen Irrtum der Methode verfallen, die aber nichtsdestoweniger bestrebt sind, die Einheit in der Mannigfaltigkeit und im Unbestimmten das Bestimmbare zu finden.

Und die Kritik verliert um so mehr an Wert, wenn sie, nicht zufrieden, den Philosophen zu treffen, sich gegen die Philosophie selbst wendet und ihrem schwankenden Kartenhaus das festgegründete Gebäude der Wissen-

schaft gegenüberstellt. Einen solchen Vorwurf kann nur jemand erheben, der nicht begriffen hat, daß das philosophische Denken gar nicht einzelne wohl definierte Probleme lösen will, sondern daß es vielmehr eine Tendenz des menschlichen Geistes repräsentiert, die dem Gebäude der Wissenschaft sozusagen den Stil verleiht, an den es sich in verschiedener Weise bei seinem fortschreitenden Aufbau anpaßt.

Das strenge Urteil der Gelehrten, von dem wir oben sprachen, wendet sich um so schärfer gegen jene Philosophie der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts, die, gespeist aus den frischen Quellen des modernen Gedankens, sich zügellos zu den höchsten Gipfeln des Abstrakten emporschwang.

Gestützt auf die bündige Verurteilung eines Auguste Comte kam die positive Wissenschaft zu der Meinung, daß dort nicht um Gedanken, sondern nur um leere Worte gestritten werde. Anstatt sich darauf zu beschränken, die Metaphysik der modernen Systeme als eine zur Behandlung gewisser Probleme ungeeignete Methode zu verwerfen, ging man so weit, sogar die Existenz der Probleme zu bestreiten, die jene Spekulation zum Gegenstande hat.

So zollt manch einer der negativen Seite von Comtes Philosophie die höchste Anerkennung, ohne eine Ahnung von dem zu haben, was dieser durch Darlegung der allgemeinen Resultate der Wissenschaft geleistet hat und dessen Frische wir heute nach 60 Jahren noch bewundern müssen. Einem solchen Verdammungsurteil entgeht nichts, was Gegenstand klassischer Untersuchungen war, und es scheint ohne Prüfung, als ob all jene Arbeit umsonst verschwendet war, sintemalen sie Dinge erkennen wollte, die nie und in keinem Sinne Gegenstand der Erkenntnis werden können.

§ 3. Der agnostische Verzicht.

Man hat mit Recht bemerkt, daß dieses Verhalten der Geister gegenüber gewissen überkommenen Fragen auf einem bestimmten, für die Seele des modernen Menschen charakteristischen Zustande beruht. Scheint es doch, als verspräche jener Agnostizismus, der kritische sowohl als der dogmatische, auf den alle Wege der Spekulation im vergangenen Jahrhundert einmündeten, der ganzen menschlichen Gesellschaft den Frieden.

Es ist wenig mehr als 30 Jahre her, daß ein berühmter Physiologe (Du Bois Reymond) diesem Agnostizismus öffentlich Ausdruck gab. Das ewige „Ignorabimus", in das er ihn zusammenfaßte, lastet seither auf der zeitgenössischen Wissenschaft.

Und neuerdings hat sich eine Bewegung — ein eigentümlicher Rückfall in der Geschichte der Zivilisation — das Wort vom „Bankrott der Wissenschaft" zum Schlachtruf erkoren, in der Absicht, das einleuchtende Prinzip damit zu bezeichnen, daß das Wissen dem Wollen keine Gesetze vorschreiben könne. Nicht umsonst hat man das Phantasiegebilde einer Wirklichkeit heraufbeschworen, die jeder irgendwie gearteten wissenschaftlichen Bestimmung auf ewig entzogen sein sollte!

Aber es gehört nicht in den Rahmen unserer Arbeit, die Folgen einer philosophischen Resignation zu untersuchen, die sich in der Annahme des Unerkennbaren ausdrückt.

Es mag genügen, darauf hinzuweisen, daß sich in unseren Kreisen eine erfreuliche Reaktion gegen diesen modernen Kleinmut regt und zwar in den verschiedensten wissenschaftlichen Lagern.

In der Tat waren diejenigen, die die Kühnheit besaßen, der menschlichen Erkenntnis Schranken zu setzen,

nicht immer so vorsichtig, innerhalb des vagen Gebietes der nicht genau zu definierenden Dinge zu bleiben.

So kam es, daß mehrfach solche Schranken überschritten wurden, woraus erhellte, daß wir mit ebensowenig Recht in bezug auf irgendein Ding unsere künftige Unwissenheit behaupten, wie wir uns im Besitz einer noch nicht erlangten Erkenntnis wähnen dürfen.

Ich möchte als an ein lehrreiches Beispiel daran erinnern, wie die Spektralanalyse nach wenigen Jahren Auguste Comte Lügen strafte, der der Astronomie die Möglichkeit absprach, jemals das Geheimnis der chemischen Zusammensetzung der Himmelskörper zu ergründen.

Andererseits ertragen auch die sichereren Gründe, auf die agnostische Schlüsse sich stützen möchten, nur schlecht den Fortschritt der Kritik. Man kann sie mit gewissen Festungen vergleichen, furchtbaren Kriegsmaschinen, die zu erobern keiner überlegenen Macht gelänge, nur ist es für eine Handvoll Menschen ein leichtes, sie ohne Schwertstreich zu umgehen.

Gerade so verfährt die Wissenschaft, wenn sie die Schwierigkeiten umgeht, die sich ihr in den Weg stellen!

Sie hätte nie ihren heutigen Stand erreicht, wenn sie nicht Form und Ausdruck der Probleme ständig geändert hätte, indem sie das Ziel der Untersuchung den veränderten Bedingungen des Geisteslebens anpaßte. Dieses Verfahren ist in allen Zweigen des Wissens so allgemein üblich, daß ein Skeptiker, der die Dinge von einem besonderen Gesichtspunkte betrachtet, sehr wohl über einen Fortschritt spotten könnte, dem es niemals vergönnt war, die gerade Linie zu verfolgen.

Aber da nichtsdestoweniger die Erkenntnis des Fortschritts sich demjenigen aufdrängt, der die Dinge im ganzen überschaut, so ist es klar, daß die wissenschaftlichen Fragestellungen einen wesentlichen Kern ein-

schließen, der unabhängig ist von der besonderen Art in der sie in einer bestimmten Zeit von denjenigen aufgefaßt werden, die ihnen ihre Aufmerksamkeit zuwenden.

Dieses Wesen einer jeden Frage zu suchen und aufzufinden, ist die Aufgabe des wahren Philosophen, der sich nicht damit begnügt, an der Oberfläche der Dinge haften zu bleiben.

§ 4. Die sogenannten unlösbaren Probleme.

In einem gewissen Sinne gibt es überhaupt keine unlösbaren Probleme, denn jedes Problem entspricht einem wenn auch zuweilen dunklen Gefühl, das befriedigt werden kann durch die Entdeckung irgendeiner neuen Tatsache, welche unsere Macht über die Außenwelt ausdehnt.

Es gibt nur Probleme, die noch nicht ihren richtigen Ausdruck gefunden haben, und oft verlieren wir uns in müßige und sinnlose Streitigkeiten, und entfernen uns von dem wahren Ziele, weil wir es nicht ins richtige Licht zu setzen vermögen und die Antwort auf falsch gestellte Fragen suchen.

Das lehrt deutlich die Geschichte der Wissenschaft, der wir einige lehrreiche Beispiele entnehmen wollen.

§ 5. Die Quadratur des Kreises.

Man braucht weder in der Geometrie noch in der Mechanik oder der Chemie bewandert zu sein, um von einigen berühmten Problemen gehört zu haben, wie der Quadratur des Kreises, dem „perpetuum mobile“ oder der Verwandlung der Metalle in Gold, um die sich das Mittelalter auf der Suche nach dem Stein der Weisen so sehr bemühte.

Obgleich solche Probleme gewöhnlich als Beweis für die Ohnmacht des menschlichen Verstandes angeführt werden, der vor unüberwindlichen Schwierigkeiten gedemütigt steht, bieten sie doch Gelegenheit zu interessanten Betrachtungen, die geeignet sind, das Vertrauen auf den wissenschaftlichen Gedanken zu stärken.

Das Problem der Quadratur des Kreises ist das berühmteste unter den drei Rätseln, welche die griechische Geometrie den Anstrengungen ihrer Nachfolger als Erbe hinterlassen hat.

Die Dreiteilung des Winkels und die Verdoppelung des Würfels haben in der Neuzeit schon eine passende Lösung gefunden, nur die Quadratur des Kreises widerstand hartnäckig auch den größten Mathematikern des vorigen Jahrhunderts. Erst vor 24 Jahren wurde die Schwierigkeit überwunden! Aber der Weg, auf dem man zu diesem Resultat gelangte und der Sinn der erhaltenen Lösung sind für unseren Zweck von dem größten Interesse.

„Den Kreis quadrieren" bedeutet — für den, der davon keine genaue Vorstellung haben sollte — „ein Quadrat konstruieren, das den gleichen Flächeninhalt hat wie ein vorgelegter Kreis." Daß ein solches Quadrat *existiert*, läßt sich leicht aus Gründen der Stetigkeit beweisen, denn die Seite des Quadrates wäre leicht zu konstruieren, wenn man eine Strecke von der Länge des Kreisumfangs hätte.

Diese Bemerkung genügt, um zu zeigen, daß die Lösung des Problems nicht absolut *unmöglich ist.* Und dennoch mußten die 20 Jahrhunderte hindurch beinahe ununterbrochen wiederholten Anstrengungen notwendig an der *Unzulänglichkeit der Mittel* scheitern, mit denen man auszukommen glaubte.

Kein noch so großes Genie hätte den Schlüssel des Geheimnisses finden können, wenn nicht eine neue

Kritik die alten Anschauungen über die *Lösung* geometrischer Probleme geklärt hätte.

Lineal und *Zirkel* sind die einzigen Instrumente, die die euklidische Geometrie bei ihren Konstruktionen verwendet. Und wenn man auch mit Wahrscheinlichkeit vermuten darf, daß schon den Griechen Zweifel aufgetaucht seien an der Unzulänglichkeit dieser Mittel für die drei berühmten Probleme, deren sie nicht Herr werden konnten, so fehlten ihnen doch die Mittel, sich mit Hilfe der Analysis darüber zu vergewissern.

Für uns wurde die Sache in ein neues Licht gerückt, seit CARTESIUS die analytische Geometrie begründet hatte. Da zeigte sich der wahre Sinn der Frage, auf die so viele Mühe vergeblich verwandt worden war.

„Kann man, wenn der Durchmesser eines Kreises gegeben ist, *mit Lineal und Zirkel* die Seite des Quadrates konstruieren, das mit dem Kreise gleichen Flächeninhalt hat, oder (was auf dasselbe hinauskommt) kann man eine Strecke konstruieren, die gleiche Länge wie der Kreisumfang hat?"

Auf diese Weise bekam das Wort „konstruieren" einen bestimmten Sinn mit Bezug auf gewisse Instrumente (Lineal und Zirkel), deren man sich ausschließlich bedienen wollte. Dadurch erhielt das ganze Problem ein neues Aussehen.

Wenn die Länge der Peripherie auf diese Weise konstruierbar sein sollte, so mußte die Zahl π, die ihr Verhältnis zu der des Durchmessers darstellt, gewisse wohl definierte analytische Eigenschaften haben.

Es war daher eine präzise Frage, ob sie diese Eigenschaften besitzt. Man sieht sofort, wie unter dieser Form das Problem eine bestimmte bejahende oder verneinende Antwort zuläßt.

Die Frage wurde im Jahre 1882 von LINDEMANN gelöst. Diesem gelang es, die scharfsinnigen Methoden,

welche HERMITE für das Studium der Zahl *e*, der Basis der natürlichen Logarithmen, erdacht hatte, in glücklicher Weise auf eine größere Menge von Zahlen auszudehnen.

Die *Antwort* ist *verneinend.* Man braucht daher nicht mehr die Quadratur des Kreises durch euklidische Konstruktionen zu suchen; in diesem Sinne ist die Lösung des Problems unmöglich.

Aber, wie wir schon bemerkten, handelt es sich nur um eine Unmöglichkeit in bezug auf die bezeichneten Instrumente.

Da die Lösung existiert, kann es nicht schlechthin unmöglich sein, sie zu finden. Es handelt sich also darum, ein Instrument zu erfinden, das imstande wäre, sie zu liefern und das allen Anforderungen der Praxis genügte.

Von diesem neuen Gesichtspunkte aus kann man sagen, daß eine befriedigende Lösung des Problems in dem *Integraphen* von ABDANK-ABAKANOWICZ gegeben ist, den man gewöhnlich zur Auswertung von Flächeninhalten benutzt.

§ 6. Das perpetuum mobile.

Eine Unmöglichkeit in strengerem Sinne, als bei der Quadratur des Kreises, von der wir oben sprachen, scheint dem Wunsche derjenigen im Wege zu stehen, die sich seit Jahrhunderten bemühen, das perpetuum mobile zu erfinden. Aber das wissenschaftliche Problem, das sich daran knüpft, hat, weit entfernt davon, sich als unlösbar zu erweisen, vielmehr zur Entdeckung eines der obersten Naturgesetze geführt.

Als man die Frage von einem allgemeinen Gesichtspunkte aus betrachtete, ergab sich, daß die Forderung des perpetuum mobile gleichbedeutend ist mit der Forderung einer bestimmten Beziehung zwischen den dynamischen Elementen, welche imstande sind, eine

Maschine in Bewegung zu setzen und dem Wirkungsgrad dieser Maschine.

Nun folgt aus dem Prinzip der Erhaltung der Energie eine solche Beziehung, und gerade aus ihr ergibt sich die Unmöglichkeit des perpetuum mobile, wie es in der Regel verstanden wird.

Immerhin fand man, daß, wenn es gelänge, unabhängig von Temperaturunterschieden, Wärme in mechanische Arbeit zu verwandeln, man dadurch zu einer neuen Art von perpetuum mobile gelangen könnte. Man hätte dann nämlich eine Maschine, die fortgesetzt einen Körper Wärme entzöge und in Arbeit verwandelte, während der Körper sich unter die Temperatur der Umgebung abkühlt.

Aber der neuen Forderung, auf welche die Suche nach einem solchen perpetuum mobile *zweiter Art* führte, entspricht auf dem Gebiete der physikalischen Erfahrung der zweite Hauptsatz der Thermodynamik, der die Möglichkeit einer solchen Verwandlung leugnet. Wie fruchtbar dieses Prinzip war, kann man ermessen, wenn man bedenkt, daß zusammen mit dem Energiegesetz dieses Carnot'sche Prinzip die Methode geliefert hat, den Wirkungsgrad thermischer Maschinen zu bewerten.

§ 7. Die Alchimie.

Wir haben gesehen, daß das Problem des perpetuum mobile zur Entdeckung eines bei den Verwandlungen der Energie quantitativ unveränderlichen Elementes führte.

Das Resultat hingegen, zu dem die Untersuchungen der Alchimisten führten, war die Unmöglichkeit, mit unseren experimentellen Mitteln die Materie von einem gewissen Punkte an noch weiter qualitativ zu zerlegen. So ordnete sich das Problem, „die Metalle in Gold zu

verwandeln" in einen weiteren Kreis von Fragen ein, aus dem die moderne Chemie entstand.

Die mannigfachen Verwandlungen der Materie, die sich zuerst im Gewande des Wunders darboten, hatten die Phantasie der alten Forscher erregt, so daß ihnen jede Änderung in der Zusammensetzung der Körper als möglich erscheinen mußte. Aber sobald die Kritik der Beobachtungstatsachen in der Vielheit der Erscheinungen „das Gesetz" zu entdecken erlaubte, erhielt das chemische Problem seine wahre wissenschaftliche Gestalt und erweiterte sich zur allgemeinen Untersuchung der Beziehungen und Bedingungen, welche die Veränderung der Materie beherrschen.

Dies ist, kann man sagen, der neue Ausdruck des Problems, das im Geiste der Alchimisten verborgen lag, sofern man wenigstens das dunkle wissenschaftliche Gefühl in Betracht zieht, das ihre Untersuchungen leitete.

Wenn man andererseits die Entwickelung der modernen Wissenschaft betrachtet, so kann man nicht verkennen, wie weit das Ziel des Reichtums, welcher die Sehnsucht der alten Alchimisten bildete, in den Hintergrund getreten ist. Dennoch aber bieten die industriellen Anwendungen der Chemie unseren Zeitgenossen viel reichlicheren und wertvolleren Gewinn als jenen Midasreichtum, den ihnen die Verwandlung der Metalle in Gold hätte bringen können.

§ 8. Das Erkenntnisproblem.

Es war nicht die Gier nach Reichtümern, was die Philosophen angetrieben hat, mit allen Kräften das Problem zu verfolgen, das sich auf die Wirklichkeit und die Erkennbarkeit der Dinge bezieht.

Wenn ihre Anstrengungen Erfolg gehabt hätten, so war ihnen ein einziges Ergebnis verheißen: durch den

philosophischen Zweifel hindurch jenes sichere und natürliche Vertrauen der Menschen wiederzufinden, welches unberührt jenseits aller Kritik steht.

Aber gerade die logisch schärfsten Geister, die sich auf diesen Weg begaben, schienen zu gerade entgegengesetzten Resultaten zu kommen: nichts verbürgt jene angebliche Wirklichkeit, zu der zu gelangen uns kein Mittel verliehen ist; nur die Vorstellung ist wahr, und das Ich bleibt unbestrittener Herrscher in einer Welt, die sich um dasselbe bewegt.

Merkwürdige Folgerungen! Man könnte wahrlich leicht die Antwort darauf geben, die Diogenes dem Zeno gab, als dieser ihm beweisen wollte, daß es keine Bewegung gebe; der Zyniker erhob sich vom Boden, wo er gesessen hatte, und begann schweigend auf und ab zu wandeln.

Gerade so antwortet die positive Philosophie dem metaphysischen Idealismus, indem sie auf die Tatsachen hinweist, die die Wissenschaft gesammelt hat.

Die Selbstüberhebung des Geistes, der sich Alleinherrscher in einer Traumwelt wähnt und in seinem eigenen Innern ihre Gesetze entdecken will, widerlegt sie durch den Hinweis auf eine Wirklichkeit, die sich täglich erweitert und sich von uns entfernt und die der eitlen Bemühungen spottet, sie unseren Meinungen oder unserm Willen zu unterwerfen.

Aber eigentlich sind Scherze stumpfe Waffen im Kampfe gegen die Philosophen. Und wer sich damit begnügt, sie zu verlachen, verdient vielleicht, an das Sprichwort erinnert zu werden: „risus abundat in ore stultorum.“

Da es sich um gebildete Männer handelt, so ist es sicher weiser, sie zu verstehen zu suchen und aus ihren Irrtümern zu lernen. Denn eine absurde Schlußfolgerung kann den Gang der Wissenschaft nicht aufhalten, und

ein Irrtum, den man nur von der lächerlichen Seite betrachtet, wäre eine verlorene Gelegenheit, etwas zu lernen.

Wie kann man an dem zweifeln, was für jeden Menschen seit der frühesten Kindheit das Gewisseste ist?

Vielleicht gelingt es nicht, das zu verstehen, wenn man sich nicht in der Phantasie zurückversetzt in jene fast aus der Erinnerung entschwundene Zeit, wo Traum und Wirklichkeit zusammenfließen, und wo das Bild, das der Spiegel zurückwirft, ebenso wirklich erscheint wie die Person, die davorsteht.

Da Wahrheit und Irrtum in unseren Geist beide durch die Pforte eintreten, die die Sinne der Erkenntnis öffnen, so sehen wir uns sehr bald gezwungen, uns in acht zu nehmen, um nicht durch Illusionen getäuscht zu werden.

Gerade aus diesem Wunsch des Menschen, nicht getäuscht zu werden, entspringt das Erkenntnisproblem!

Es handelt sich immer und einzig darum, die Wirklichkeit erkennen zu lernen trotz der tausend Fehlerquellen, die unsere Beobachtung fälschen.

Man muß also einen relativen Unterschied feststellen.

Der metaphysische Idealismus dagegen verlor, indem er dem Trugbild eines eingebildeten Absoluten folgte, diese Relativität aus den Augen und führte uns dadurch auf den Punkt zurück, von dem wir ausgegangen waren, nämlich zu der Verwechselung von Traum und Wirklichkeit. Ob man dem einen den Namen der anderen gibt oder umgekehrt, macht keinen wesentlichen Unterschied.

Es kommt auf Bergtouren zuweilen vor, daß man nicht genau weiß, wie weit das Ziel noch entfernt ist. Steigt man dann den felsigen Abhang eines Vorberges empor, so glaubt man es wohl zum Berühren nahe, aber hinter diesem Berge öffnet sich dem Blicke unver-

hofft ein neues Tal. Wir müssen vorsichtig wieder hinuntersteigen und nach einem mehrstündigen ermüdenden Marsche befinden wir uns vielleicht nicht höher als am Ausgangspunkte. Aber Zeit und Mühe waren nicht vergebens aufgewendet; denn wenn auch jetzt bei erweitertem Horizonte der Gipfel weiter erscheint, so haben wir uns ihm in Wirklichkeit doch genähert, indem wir ein Hindernis überwanden, das ihn unseren Augen verbarg. Man darf nur nicht den Mut verlieren und in einem schwachen Augenblick die Flinte ins Korn werfen.

Der Kampf beginnt von neuem, mit einer Willensanstrengung! Und wenn der Abhang auch steil ist, wenn auch ungeheure Risse, vom Schnee verborgen, sich unter unseren Füßen auftun, wir wollen doch vorsichtig hinaufklimmen, indem wir uns aneinander festhalten, wir wollen uns an das Seil binden und uns die Hände reichen!

So kann man bildlich von dem metaphysischen Idealismus sagen: Wenn er den steilen Hügel des erträumten Absoluten erstiegen hat, steht er vor einem tiefen Abgrunde und jenseits erstrahlt die Wirklichkeit, die er erreichen wollte. Wir aber sind diesem wirklichen Ziele näher, denn wir haben uns die relative Natur der Frage klar gemacht.

Mögen also alle, die den guten Willen haben, sich einer momentanen Schwäche erwehren und sich vereinigen, um mit neuer Kraft die neuen Schwierigkeiten zu überwinden, die sich unseren Augen darbieten!

§ 9. Die Gefahren der Sprache.

Man muß vor allem die Fehler der Vergangenheit vermeiden. Deshalb muß bemerkt werden, daß die Sprache, deren wir uns bedienen, um unsere Gedanken

auszudrücken, letzten Endes ein System zur symbolischen Bezeichnung der Dinge ist. Dadurch, daß sie schrittweise zum Ausdruck allgemeinerer Tatsachen emporsteigt, liefert sie uns ein einfaches Schematisierungsverfahren und erlaubt uns dadurch abstrakte Begriffe zu erörtern, die sich weit von der Wirklichkeit entfernen, welche unmittelbar unter unsere Sinne fällt.

Aber der Gebrauch dieses mächtigen Werkzeuges, das unserem schwachen Verstande zu Hilfe kommt, ist nicht frei von Gefahren. Wer seinen Flug in die luftigen Höhen des Gedankens nimmt, läuft Gefahr, die Bedeutung der Worte zu vergessen, die sinnlos werden, wenn sie aufhören die Dinge zu bezeichnen. Wenn man an diesem Punkte angelangt ist, dann ist nichts leichter als formal mit den Symbolen zu operieren, aber die Entwickelung des Gedankens, die ja nach Allgemeinheit strebt, wird dann nicht mehr gezügelt durch die konkrete Welt, der sie sich entfremdet hat.

Wenn man sich also nicht in sinnlose Träume verlieren will, so darf man nicht die oberste *Bedingung der Positivität* vergessen, daß nämlich ein Urteil, falls es eine Erkenntnis enthalten soll, immer in letzter Linie besondere oder allgemeine Tatsachen bejahen oder verneinen muß.

§ 10. Absolut und relativ: das Absolute in der Bewegung.

Diese Bemerkungen werfen ein helles Licht auf die klassischen Argumente, mit denen man die Existenz von etwas *Absolutem* beweisen will, das sich für alle Zeiten unserer Erkenntnis entzieht.

In der Sprache kommt das Wort „absolut" im Gegensatz zu „relativ" vor. Die Bedeutung des Wortes läßt sich leicht aus dem Gebrauch entnehmen, den man

gewöhnlich in bezug auf irgendeinen Gegenstand davon macht.

Wenn wir in einem Wagen fahren, so sehen wir die Bäume an uns vorbeieilen und sagen dann, daß sie sich relativ zu uns bewegen; aber in absolutem Sinne stehen die Bäume still, und der Wagen, in dem wir fahren, bewegt sich.

Dieses Absolute wird selbst wieder etwas Relatives, wenn man es vom Standpunkte der Astronomie betrachtet. Die Bäume werden von der Erde getragen, die sich um die Sonne bewegt.

Aber auch die Sonne scheint eine eigene Fortschreitungsbewegung zu besitzen, relativ zu den entsprechenden Fixsternen, deren gegenseitige Ortsveränderungen man während einer nicht zu langen Zeit vernachlässigen kann.

Nichtsdestoweniger haben über lange Zeiträume ausgedehnte Beobachtungen gezeigt, daß auch diese zu Unrecht „Fixsterne" genannten Gestirne sich relativ zueinander bewegen. Ihre Entfernungsänderung muß ungeheuer sein, wenn die Änderung der Winkel merkbar ist, unter denen sie von einem so entfernten Punkte wie unserer Erde aus gesehen werden.

Es ergibt sich also, daß eine Bewegung, die in einem bestimmten Tatsachenzusammenhang als absolut erscheint, sich in einem weiteren Gebiete als relativ herausstellt. Es handelt sich um ein Absolutes, das verschiedener Grade fähig ist, und das dem Bedürfnis der Wissenschaft entspricht, einen festeren Stützpunkt zu suchen.

Wir wollten nur ein Beispiel anführen, ohne die Diskussion bis zu der Grenze zu verfolgen, die man bei dem heutigen Stande unserer Kenntnisse erreichen kann.

Wir werden noch Gelegenheit haben, das Problem zu erörtern, welches der absoluteste Sinn ist, den wir der Bewegung beilegen können. Aber es wird sich immer

darum handeln, dem Wort „absolut“ eine relative Bedeutung von größerer Ausdehnung zu geben, die der Gesamtheit der bekannten mechanischen Beziehungen besser entspricht.

§ 11. Das Absolute in der Moral.

Wählen wir ein zweites Beispiel aus einem ganz anderen Gebiet.

Wer einen Zweck *will*, *muß* wenigstens eins der Mittel wollen, die zu ihm führen. In diesem Sinne erscheint das Gefühl der Notwendigkeit unter den Motiven eines jeden Willens, sei er nun gut oder schlecht.

Zu dieser Art von Pflicht gegen sich selbst gesellen sich ähnliche gegen die Gesellschaft, die, wenn auch erworben durch den suggestiven Einfluß Anderer, sich nur verstehen lassen als gefordert mit Rücksicht auf einen stillschweigend anerkannten Zweck, sei es auch nur durch den Willen einer sozialen Gemeinschaft, anstatt durch den eigenen.

Nun macht die Moral einen Unterschied zwischen solchen Pflichten, sie setzt den „absoluten Pflichten“ die „relativen“ entgegen, und sie gibt zu, daß die Schwierigkeit der Handlung die Nichterfüllung von diesen rechtfertigen könne, behauptet aber, daß ein solches Motiv uns in keiner Weise der Mühe überhebt, jene zu erfüllen. Warum?

Weil es sich um ein Sollen handelt, das sich auf allgemeine Zwecke bezieht, deren stete Verfolgung für die menschliche Gesellschaft mehr Wert hat als alle noch so großen vorübergehenden Opfer oder Schädigungen.

Aber der Wert des Zweckes, der absolute Bedeutung gegenüber gewissen Beweggründen hat, erscheint seinerseits relativ im Verhältnis zu anderen Zwecken derselben Ordnung. Die Pflicht, welche Erfüllung heischt,

ohne Rücksicht auf die Opfer oder den Schaden des Handelnden, verlangt nicht ebenso die Unterordnung anderer Pflichten; der Zweck heiligt nicht die Mittel. Und der moralische Konflikt kann nur gelöst werden durch eine vergleichende Bewertung der in Frage stehenden Ideale und durch ihre Unterordnung unter irgendein höheres Ideal.

Aber kein Ideal ist das höchste, und der höchste Zweck, der innerhalb einer bestimmten Gemeinschaft und zu einer bestimmten Zeit absolute Geltung hat, wird relativ, wenn man ihn mit der Moral anderer Völker unter anderen Lebensbedingungen vergleicht.

Man wird vielleicht einwenden, dieses absolut höchste Ideal sei die Gerechtigkeit.

In der Tat drückt in jedem Augenblick und auf jeder Stufe der sozialen Entwickelung die humane Idee der Gerechtigkeit die höchste Synthese der Werturteile aus; aber sind nicht diese Urteile selbst zu jeder Zeit einer Ausdehnung auf einen weiteren Kreis von Beziehungen fähig? Und folgt daraus nicht, daß ihr allgemeinster und abstraktester Ausdruck niemals als erreicht angesehen werden kann?

Der absolute Wert in der Moral bedeutet also nichts anderes als eine erweiterte Relativität. Diese Feststellung drängt sich jedem auf, der die Moral wissenschaftlich als eine Tatsache betrachtet, unabhängig von jeder möglichen Rücksicht auf Schaden oder Vorteil, die daraus entstehen könnten. Aber die Gefahr des gefürchteten Schadens besteht nicht für den, der dies Übergewicht im Auge behält, welches die ethischen Zwecke über die Motive der individuellen Handlungen haben. Denn das ist das einzige praktisch Wichtige, was durch ein solches Absolutes ausgedrückt wird. Übrigens trägt die Behauptung, daß die Moral relativ sei, selbst dazu bei, die Kriterien unserer Urteile und

unseres Verhaltens zu veredeln, besonders bei den Beziehungen zwischen verschiedenen Völkern unter verschiedenen Lebensbedingungen. Nichts ist ungerechter als den Maßstab unserer Moral an Menschen anzulegen, die uns unähnlich sind; und der absurde Anspruch, dies auf Grund einer natürlichen Überlegenheit zu tun, würde dem Philosophen leichten Grund zum Spotte geben, wenn seine praktischen Folgen nicht bitterere Gedanken erweckten.

§ 12. Was ist das Absolute in einem transzendenten Sinne?

In den vorangehenden Beispielen erscheint das Absolute, dem üblichen Sprachgebrauch entsprechend, als eine tiefere und weiter von uns entfernte Relativität.

Allerdings lehrt uns in einem solchen Falle ein unbestimmtes Gefühl, daß das Wort nicht in seiner strengen Bedeutung gebraucht ist. Aber in der Regel nimmt man sich nicht die Mühe, diese erweiterte Bedeutung zu bestimmen, die dem Worte in unbestimmter Weise untergelegt wird.

Prüfen wir nun, was das Wort für die Philosophie geworden ist.

Da es im Relativen Grade gibt, so gibt man vor, in einer unendlichen Reihe bis zum Ende aufzusteigen, um etwas zu erreichen, das unter keinem Gesichtspunkte mehr relativ ist und deshalb im eigentlichen Sinne als absolut bezeichnet werden kann.

In einer unendlichen Reihe von Stufen bis zum Ende aufsteigen? Der Widerspruch in diesem Vorhaben leuchtet ein. Aber das offenbar Absurde ist unvermeidlich vermöge einer im menschlichen Geist festgewurzelten Illusion.

Es ist ein besonderer Vorteil der symbolischen Schreibweise, daß man mit ihrer Hilfe ein Element, das in einer

Reihe irgendeine Stelle hat, darstellen kann, ohne nacheinander alle die Operationen ausführen zu müssen, die nötig wären, um zu ihm zu gelangen. So können wir z. B. mit der Zahl 164.792.843 rechnen, ohne nacheinander alle Einheiten herzuzählen, aus denen sie besteht; und in ähnlicher Weise können wir arithmetische Rechnungen über 2^{1000} aufstellen, ohne die tausend Multiplikationen auszuführen, die durch das Zeichen angedeutet werden.

In diesen Fällen faßt der Geist gewissermaßen in einem abgekürzten Verfahren auf Grund logisch feststehender Beziehungen eine Reihe ausführbarer Operationen zusammen, die nur eine längere Zeit in Anspruch nehmen würden. Und der Gedanke erreicht ein ganz bestimmtes Glied innerhalb der Reihe selbst.

Aber die so erworbene Gewohnheit, durch ein Symbol die Operationen zu ersetzen, welche die wirkliche Definition ausmachen, führt zu der Täuschung, daß die Sache durch das Zeichen definiert sei, und daß man deshalb das *letzte Element* einer unendlichen Reihe nur mit einem Worte zu bezeichnen brauche, damit dem Worte ein Gegenstand entspricht. Dennoch ist in diesem Falle das Zeichen bedeutungslos, da die *transzendente* Operation, die damit angedeutet werden soll, unmöglich ist. Abgekürzte Verfahren erlauben dem Gedanken eine endliche Anzahl von Operationen schneller zu vollziehen, niemals aber eine unendliche. Eine Unendlichkeit läßt sich in keiner noch so langen Zeit erschöpfen, wie man auch ihre Elemente zusammenfaßt.

§ 13. Die transzendenten Prozesse und die physiologische Psychologie.

Dieser letzteren Behauptung kann man eine schärfere Fassung geben, aus der die Illegitimität der transzen-

denten Prozesse, von denen oben die Rede war, noch deutlicher hervorgeht.

In der Tat erlaubt die physiologische Psychologie, die Zeit zu *messen*, die zu einem psychischen Akte nötig ist. Und da sich in jedem Falle ein Minimum von Zeitdauer findet, so kann man dem menschlichen Geiste in keiner Weise die Fähigkeit zuschreiben, eine unendliche Anzahl von Akten in einer wie immer gegebenen Zeit zu vollziehen.

§ 14. Die transzendenten Prozesse in der Analysis des Unendlichen.

Es kann daher nicht überraschen, daß die entgegengesetzte Voraussetzung, wenn man sie fehlerhaften Definitionen zugrunde legt, zu unzähligen Widersinnigkeiten führt.

Die Infinitesimalrechnung war das Gebiet, auf dem derartige Widersinnigkeiten sich am klarsten zeigten, ehe die transzendenten Überlegungen daraus glücklicherweise verbannt wurden. Und die Kritik der Begriffe „*unendlich*", „*unendlich klein*", „*Reihe*" und „*Grenze*" scheint uns die beste Vorbereitung zu sein, um in den Sinn der vorhergehenden Bemerkungen gut einzudringen.

Das Erste, was diese Kritik feststellt, ist, daß das Wort „unendlich" nicht auf Zahlen oder gegebene Größen angewendet werden darf, sondern daß es nur die Art des Wachstums einer veränderlichen Größe bezeichnet, welche Werte annehmen kann, die größer sind als jeder beliebige vorgegebene Wert. Das drückt man aus, wenn man sagt, daß das Unendliche nicht, wie Leibniz annahm, *aktuale* Bedeutung hat[1]), sondern nur *potentielle* oder *genetische*.

1) Allerdings muß diese Behauptung eingeschränkt werden, im Hinblick auf die nicht archimedischen Zahlsysteme, die neuer-

Das gleiche gilt für das unendlich Kleine.

Die Wichtigkeit dieser Art, die Dinge zu betrachten, besteht in der Erkenntnis, daß es widersinnig ist, *eine Zahl durch eine unendliche Reihe als deren letztes Glied definieren* zu wollen. Es kann vorkommen, daß *außerhalb* der Reihe eine Zahl existiert, der sich die Glieder der Reihe nähern und die demnach ihre *Grenze* darstellt. Aber die Existenz dieser Grenze drückt im wesentlichen nur eine Eigenschaft der Art aus, wie sich die Glieder einer andern Reihe *verändern*, nämlich derjenigen, die aus den Differenzen zwischen der Grenze und den Gliedern der ursprünglichen Reihe besteht. Demnach kann *die Existenz der Grenze nicht aus der bloßen Tatsache der Existenz der Reihe geschlossen werden, mit anderen Worten, die Grenze kann nicht ausschließlich durch die Reihe definiert werden, sondern nur, indem man die Reihe mit etwas unabhängig und außerhalb von ihr Gegebenem vergleicht.*

Der praktische Wert dieser Bemerkungen ist nachgerade allen denen bekannt, die die Infinitesimalrechnung kennen. Denn die unendlichen Algorithmen geben gewöhnlich zu *Reihen ohne Grenze* Anlaß, und wenn man so operiert, als könnten diese eine solche Grenze definieren, so kommt man zu den merkwürdigsten Ungereimtheiten.

Z. B. stellen sich die Reihen, die man aus einem unendlichen Summationsprozeß erhält (abgesehen von denjenigen, die gegen eine Grenze *konvergieren*), als *divergente* oder als *unbestimmte* dar. Zu diesen beiden Kategorien gehören beziehungsweise die Reihen

---

dings in verschiedener Weise von VERONESE, LEVI-CIVITA, HILBERT u. a. konstruiert worden sind. Es mag erlaubt sein, diese Konstruktionen zu übergehen und es mag genügen zu bemerken, daß sie von keinem transzendenten Definitionsverfahren Gebrauch machen.

$$1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} + \cdots$$

und

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \cdots$$

Mit Benutzung dieser Reihen nun kann man die Gleichheit zweier beliebigen Zahlen beweisen!

Und nicht genug damit; auch beim Gebrauch der konvergenten Reihen darf man nicht vergessen, daß es nur auf Verabredung beruht, wenn man durch sie eine Zahl außerhalb ihrer (die Grenze) darstellt. Wenn man das vergäße, so würde es sich in der Tat um etwas Transzendentes handeln, und wenn man die Reihe als *Summe von unendlich vielen Gliedern* auffaßt, so könnte man sich berechtigt glauben, mit ihr gemäß den Eigenschaften der Summe zu operieren und beispielsweise die Reihenfolge der Summanden zu *ändern;* aber auf diese Weise könnte man z. B. aus der konvergenten Reihe:

$$1 - \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5} - \cdots$$

nach Belieben Reihen entstehen lassen, die nach verschiedenen Grenzen konvergieren oder auch divergente oder unbestimmte Reihen.

„Jedes transzendente Definitions- oder Rechnungsverfahren eliminieren", das ist die für das Verständnis der Infinitesimalrechnung wesentliche Bedingung, die Cesaro am Anfange seiner schönen Vorlesungen ausspricht, indem er dem Leser empfiehlt, alle metaphysischen Gedanken aus seinem Geiste zu verbannen!

Den Lehren, die wir aus der Analysis des Unendlichen gezogen haben, wollen wir die hinzufügen, die sich aus der modernen *Mengenlehre* ergeben.

Hier hat sich die transzendente Definition bei der Konstruktion gewisser „Mengen" gezeigt, die man auffaßt als „Gesamtheit der unendlichen Größen, denen eine gewisse Eigenschaft zukommt".

Unter den Beispielen, die wir anführen könnten (und die durch die Untersuchungen von Cantor, Du

Bois-Reymond u. A. ins Licht gesetzt worden sind), wollen wir ein sehr einfaches wählen, auf das Russell kürzlich die Aufmerksamkeit der Mathematiker gelenkt hat.

Auf mehrfache Weise kann man eine Menge bilden

$$s \equiv \{\alpha\},$$

die aus den Elementen α_1, α_2, $\alpha_3 \cdots$ besteht und die sich nicht selbst als Element enthält (so daß also keines der α mit s identisch ist.

Nun definieren wir Σ als die *Menge aller derjenigen Mengen, denen die genannte Eigenschaft zukommt:*

$$\Sigma \equiv \{s\}.$$

Zunächst ergibt sich, daß Σ nicht unter den Elementen s vorkommen darf, denn das würde dem widersprechen, was wir über die s vorausgesetzt haben. Wenn aber andererseits Σ nicht in der Menge $\{s\}$ enthalten ist, so erschöpft diese Menge nicht alle s, denen die genannte Eigenschaft zukommt.

Der Widerspruch zeigt, daß der Begriff der Menge Σ illusorisch ist, und so offenbart sich die Fehlerhaftigkeit des transzendenten Verfahrens, durch das Σ definiert wurde.

§ 15. Der psychologische Wert des Absoluten.

Aber die logische Untersuchung, die den Fehler in der transzendenten Definition aufweist, erschöpft die Frage des Absoluten nicht. Wie würde sich sonst der bevorzugte Platz erklären, den das Absolute in dem Glauben einnimmt, der mit den innersten Gefühlen der Menschenseele verknüpft ist? Wie könnte eine falsche Fragestellung einem Symbole *Wert* verleihen, dessen Inhaltlosigkeit wir erkannt haben?

Um diese Fragen zu beantworten, müssen wir zu den Betrachtungen über „das Absolute in der Moral" zurückkehren.

Wir sprachen schon von der eigentümlichen Neigung des menschlichen Willens, die ihm gesetzten Ziele einer Rangordnung zu unterwerfen, in der das nähere Ziel dem ferneren untergeordnet ist.

Das Bestehen einer solchen Rangordnung verlangt aber, daß der höchste Zweck in jedem Augenblick hinreichend stark auf den Willen einwirkt, um den zufälligen Triebfedern entgegenzuwirken, die sonst den Entschluß von ihm ablenken würden. Und diese autosuggestive Kraft erhält er durch die Erfahrung, die der Wille von seiner eigenen Festigkeit macht, und sie enthüllt sich in dem darauffolgenden Bewußtsein *sich nicht zu ändern.*

Man sieht daraus, daß die fortschreitende Erweiterung der Rangordnung der Zwecke und ihre Beständigkeit für den menschlichen Willen zwei einander widersprechende psychologische Forderungen bilden. Ein neuer höherer Zweck kann die vom Willen bereits angenommenen nicht ändern, ohne dessen Vertrauen in die eigene Stetigkeit und Kraft zu erschüttern.

Wenn im Leben des Individuums oder der Gesellschaft die Perspektive der Zwecke sich plötzlich erweitert, so entsteht dadurch eine jener *kritischen Perioden,* die durch eine Desorganisation des Wollens ausgezeichnet sind. Ein solcher Zustand der Ohnmacht, der die menschliche Persönlichkeit für Augenblicke vernichtet, trägt sein Heilmittel gewöhnlich in sich selbst, indem er das Interesse am Aufsuchen neuer Ziele aufhebt. Ist so dem Fortschritt Einhalt getan, so kommt es zur Entscheidungsschlacht zwischen den widerstreitenden Trieben, die in der Seele um die Herrschaft ringen; und wenn dann ein Entschluß Sieger bleibt, indem er sich als fähig erweist, die andern sich unterzuordnen, so verwendet der Geist auf ihn die ganze Energie, die ihm das Bedürfnis verleiht, einem schmerzhaften Zustande zu entgehen.

Jeder Mensch macht, wenn er aus dem Knaben- in das Jünglingsalter oder aus diesem in das Mannesalter tritt, eine kritische Periode, wie sie eben beschrieben wurde, durch und überwindet sie aus eigener Kraft oder mit fremder Hilfe.

Ähnliche Willenskrisen entstehen in manchen geschichtlichen Augenblicken auf sozialem Gebiet. Es entstehen dann Perioden revolutionärer Desorganisation, die auf einen zu raschen Fortschritt folgen und ihn aufhalten. Diejenige Macht, die in solchen Zeiten Sieger bleibt, erfährt dadurch einen übermäßigen Zuwachs an Autorität.

Der psychologische Wert des Absoluten beruht auf den Bedingungen des oben beschriebenen Fortschritts. Es wäre ein leichtes, Beweise aus der Geschichte dafür beizubringen.

Die Illusion, als könnte man die unendliche Reihe der Zwecke bis zu Ende durchlaufen, entspricht dem Bedürfnis, für den angstvollen Zweifel, *jenseits* eine Schranke zu finden, wo die Konflikte des Willens durch einen Machtspruch gelöst werden.

In diesem Sinne ist das Absolute weniger eine regulative Idee als eine Bedingung der Freiheit des Geistes, die alle Fähigkeiten in einem Brennpunkt vereinigt, während jeder fremde Antrieb und jede Kritik unterdrückt wird durch das Bewußtsein: *credo quia absurdum est.*

Dieser wesentlich schwärmerische und religiöse Zustand der Seele bedeutet für den Psychologen ein Problem; aber den Erkenntnistheoretiker interessiert er nicht.

Zu erklären, wie und warum in unserer Zeit zugleich mit dem Erschlaffen des religiösen Glaubens das Absolute Gegenstand einer Untersuchung wurde, die daraus eine Wissenschaft machen will, wäre gewiß lehrreich und zwar nicht nur vom historischen Standpunkte. Aber eine

solche Erklärung würde eine längere Untersuchung erfordern.

Uns genügt es, aus den vorhergehenden Betrachtungen den Schluß zu ziehen, daß das Absolute als Gegenstand verstandesmäßiger Konstruktionen aufhört, absolut zu sein, und daß es angesichts der Kritik den Wert eines Imperativs einbüßt, der über allen Zwecken des Willens und über allen geistigen und sinnlichen Trieben steht.

Was bleibt also von jener angeblichen Metaphysik anderes übrig als ein Dokument zugleich von der Ohnmacht und von der Herrschaft des Menschengeistes?

Ein Ikarus, der den Flug zum Himmel wagte und in die Tiefen des Meeres stürzte.

Entmutigt versinkt die Vernunft ins Meer des Unerkennbaren.

§ 16. **Wesen und Schein.**

Wir sahen, wie der Trugschluß, den man gewöhnlich in die Worte faßt, „Das Relative setzt das Absolute voraus.“ auf einer Täuschung durch Worte beruht, hinter denen sich ein sinnloser Definitionsprozeß verbirgt.

Alle die ähnlichen Antinomien, von denen die klassische Philosophie voll ist, erklären sich auf analoge Weise. Sie können auf die Form eines unendlichen Prozesses gebracht werden oder sich als einfache Gegensätze darbieten; aber im letzten Falle handelt es sich um einen rein formalen Gegensatz, der ebenso dazu dient, ein sinnloses Wort zu bilden.

Diese Art Antinomien ziehen ihre ganze Kraft aus dem Umstande, daß sie *bis zu einem gewissen Grade* wahr sind, wenn man nämlich die Ausdrücke nicht in ihrer strengen Bedeutung nimmt.

Man spricht z. B. von dem *Wesen* (Substanz) der Dinge im Gegensatz zu ihrer *Erscheinung*. Kohle und

Diamant sind im Wesen dasselbe, wenn sie gleich in ihrer Erscheinung nichts gemein haben. Andererseits verbergen Diamant und Bergkristall unter einer ähnlichen Erscheinung verschiedene Substanzen.

In solchen Fällen macht man einen wichtigen Unterschied zwischen den unmittelbaren Sinneseindrücken, die wir auf ein gewisses Ding beziehen und der Gesamtheit der Beziehungen dieser Sache zu der sie umgebenden Welt, von denen wir teilweise eine vermittelte Kenntnis erlangen können.

Und diese Beobachtung geht auf ARISTOTELES zurück. Der Philosoph bemerkt z. B., daß das ins Wasser getauchte Ruder, obgleich unversehrt uns doch geknickt erscheint. Aber der Sinn der Unterscheidung änderte sich im Laufe des Mittelalters als der Geist des Absoluten die hellenische Kultur begrub.

Sehen wir nun, was bei KANT aus dieser Unterscheidung geworden ist!

Die Erscheinung, oder wie KANT sich ausdrückt, das Phänomenon, wird dem Sein an sich oder Noumenon gegenübergestellt, wo dieser letzte Ausdruck in einem absoluten Sinne genommen wird.[1]) Man abstrahiere bei der Betrachtung irgendeines Körpers von allen Beziehungen, die für uns mittelbar oder unmittelbar wahrnehmbar sind; was dann übrig bleibt, ist das wahre Wesen des Körpers.

Ein solcher Widersinn bliebe allerdings unerklärlich, wenn er nicht mit einer anthropomorphen Vorstellung von der Welt zusammenhinge. Dabei stellt man sich vor, daß, wenn man in das Innere eines Steines gelangen könnte, man Empfindungen haben würde, die geeignet wären, sein wahres Wesen zu enthüllen.

1) Wir meinen hier das Noumenon im negativen Sinne verstanden, von dem KANT im dritten Hauptstück des zweiten Buches der „transzendentalen Analytik“ spricht.

Der verworrene Zustand des Geistes, der der Betrachtung des Wesens als etwas Absolutem entspricht, erinnert genau an diesen Anthropomorphismus, den wir wahrscheinlich in unserer frühesten Kindheit durchgemacht haben.

Man kann sich aber eigentlich nicht wundern, daß man in bezug auf diese angebliche Wesenheit zu agnostischen Folgerungen gelangt[1]), wenn man sie so definiert, daß in der Bedeutung des Wortes nichts mehr übrig bleibt!

§ 17. Das Unbekannte.

Allerdings wollen wir damit dem Gefühl von einem „großen Geheimnis des Universums“ nicht widersprechen, einem Gefühl, das die Reflexionen über die Idee des Wesens in unserem Geist erwecken. Die Erkenntnis der vielfachen Beziehungen, die alle Dinge miteinander verknüpfen, veranlaßt uns, dahinter ein zu entschleierndes Unbekanntes zu vermuten und es uns als unmöglich vorzustellen, die Dinge, die in seinen Bereich fallen, zu erschöpfen. Aber die Behauptung der Existenz des Unerkennbaren ist kein adäquater Ausdruck dieser Ansicht!

In Übereinstimmung mit der Kritik, die unser Landsmann Ardigo in diesem Punkte an der Lehre Spencers übt, können wir nicht zugeben, daß der unserer Erkenntnis zugänglichen Wirklichkeit eine andere geheimnisvolle Wirklichkeit gegenübersteht, die jeder Anstrengung des Gedankens *notwendig* trotzt. Im Gegenteil zeigen die vorhergehenden Bemerkungen, daß es eine Reihe

1) Die Analyse Kants läuft in der Tat auf eine Unerkennbarkeit des Noumenon hinaus, die er damit ausdrückt, daß er die Unmöglichkeit behauptet, ein Noumenon im *positiven* Sinne zu erkennen.

von unserer Erkenntnis gleich zugänglichen Objekten gibt; aber da diese Reihe sich als unendlich erweist, so ergibt sich, daß unser Wissensdurst nie gänzlich gelöscht werden kann.

In der Tat ein glücklicher Umstand für die menschliche Gesellschaft, der sich ein Ausblick auf einen unbegrenzten Fortschritt eröffnet!

§ 18. Der Unterschied zwischen subjektiv und objektiv nach Kant.

Dem Unterschied zwischen Schein und Wesen verwandt ist der zwischen Subjekt und Objekt, zwischen subjektiv und objektiv.

Wir können es uns ersparen, zu wiederholen, daß eine derartige Unterscheidung, absolut genommen, sinnlos ist. Sie entspricht nämlich einerseits einer transzendenten Auffassung des Dinges an sich (das mit dem Wesen zusammenfällt), und andererseits einer transzendenten Auffassung des Ich als eines von den verschiedenen Erscheinungsformen der Persönlichkeit unabhängigen Substrates, das diesen zugrunde liegt.

Es ist immer derselbe auf das Absolute gerichtete Geist der Kritik, der dem kantischen Agnostizismus den Boden bereitet.

Aber nur wer die Dinge von einem speziellen Gesichtspunkte aus betrachtet, kann die Philosophie Kants dahin deuten, daß sie zu einem skeptischen Ergebnis führt, indem sie mit der positivistischen Philosophie zusammentrifft.

Und wenn diese Seite der Lehre darauf gerichtet erscheint, gewissen praktischen Forderungen zu genügen, „sofern sie gerade den praktischen Datis den Platz für eine Erweiterung der Erkenntnis läßt, den die spekula-

tive auszufüllen sich als unfähig erweist"[1]), so kann man wohl behaupten, daß dadurch, daß ihre Fehlerhaftigkeit ins Licht gesetzt wird, der Wert der Revolution, die KANT gegen die alte Metaphysik ins Werk setzte, nicht vermindert wird. Wenn man den Geist der kantischen Schriften ohne Engherzigkeit zu verstehen sucht, so stellt sich in der Tat heraus, daß bei diesem Philosophen die Unterscheidung von subjektiv und objektiv keine unfruchtbare Antinomie blieb, sondern daß sie für ihn der Ausgangspunkt für eine neue Auffassung der wissenschaftlichen Realität wurde, eine Auffassung, zu der der Positivismus auf anderem Wege auch gelangte.

Wir glauben, daß sogar vom streng positivistischen Standpunkte aus die Philosophie KANTS noch einen wissenschaftlichen Charakter annehmen kann, sofern man sich herbeiläßt, nur ihren Geist in dem besten, was sie enthält, zurückzubehalten und sie im übrigen auf veränderter Grundlage neu aufzubauen.

In der Tat behält die Lehre „daß man in der Erkenntnis ein persönliches *(subjektives)* und ein reales *(objektives)* Element unterscheiden muß, und daß letzteres von Mensch zu Mensch veränderlich, sich in gewisse allgemeine Formen der menschlichen Sinnlichkeit und des menschlichen Verstandes einfügt" eine positive Bedeutung, sofern man den Wert der Unterscheidung anerkennt, ohne darin etwas Absolutes finden zu wollen.

Aber dazu muß man nicht nur die Entwickelungen der zügellosen nachkantischen Spekulationen übergehen, sondern auch die Urteile des Meisters selbst über die „Antizipation *a priori* der *Form* einer möglichen Er-

1) Vgl. „Critique de la raison pure" trad. Barni 2e ed. Préface p. 28.

Ebenso: Kr. d. r. V., Ausgabe von Kehrbach S. 20f. (Anm. d. Übers.).

fahrung" (vgl. op. c. S. 321) und über „die objektive Realität, welche den Erkenntnissen *a priori* durch die *Möglichkeit der Erfahrung* verliehen wird" (op. c. S. 215); diese Urteile sind in sich selbst zweideutig, und ihre authentische Interpretation sowohl als ihre Anwendung enthalten den ursprünglichen Fehler der transzendenten Auffassung des Unterschiedes von Subjektivem und Objektivem. Und indem man durch sie dahin gelangte, implicite eine gewisse Objektivation der psychischen Strukturgesetze in dem Aufbau der Geometrie oder der Mechanik anzuerkennen, hat man schließlich der Metaphysik die Tore wieder geöffnet, die Kant für immer verriegelt zu haben glaubte.

Anderseits hat das, was am Kritizismus lebensfähig war, außerhalb der Entwickelung der Philosophie im vorigen Jahrhundert, in den Gebieten der Wissenschaft, in die er Eingang fand, durch Anregung und Erneuerung tiefe Spuren hinterlassen. Und auf dieser Grundlage soll sich die neue Kritik erheben, die die positiven Probleme der Erkenntnis beleuchten wird!

§ 19. Der Unterschied zwischen Subjektivem und Objektivem positiv betrachtet.

Hat der Unterschied zwischen Subjektivem und Objektivem in bezug auf unsere Erkenntnisse einen positiven Gehalt? In welcher Weise kann er aufrecht erhalten werden, da wir doch die Antimonie zwischen Subjekt und Objekt im transzendenten Verstande fallen sahen? Wir wollen einige Beispiele untersuchen, die geeignet scheinen, uns zu einer passenden induktiven Definition zu führen.

Betrachten wir eine kleine Schachtel mit würfelförmigen Klötzen, wie man sie (nach dem Fröbelschen System) kleinen Kindern zum Spielen gibt. Der Boden

der Schachtel ist durch zwei schwarze Striche in vier quadratische Felder geteilt, die gleich den Seiten unserer Würfel sind. Das Kind lernt daraus, „daß *vier* Würfel nötig sind, um den Boden der Schachtel zu bedecken".

Wir sind alle einig in der Erkenntnis, daß diese Aussage einen *objektiven Bestandteil* enthält: in der Tat, wenn die Schachtel größer wäre im Verhältnis zu den Würfeln, so könnten *sechs* oder *acht* usw. dazu nötig sein. Hinwiederum geht in den Ausdruck dieser Erkenntnis ein *subjektiver Bestandteil* ein. In erster Linie die *sprachliche Form* des Wortes „quattro", das von verschiedenen Personen verschieden ausgesprochen wird, und für das ein Franzose den Laut „quatre", ein Deutscher „vier" setzt usw. In zweiter Linie ihre *psychologische Form.*[1]) Ein Kind stellt sich die „Vier" vor, indem es die Würfel in Gedanken den vier Fingern der Hand mit eingebogenem Daumen zuordnet, ein anderes nimmt die vier Kügelchen einer Rechenmaschine; ein drittes Kind, das noch nicht zählen kann, hat man gelehrt, mit Bleistift auf die Würfel je einen Viertelkreisbogen zu zeichnen; dadurch gelingt es ihm, so viel Würfel zu legen, als nötig sind, um den Boden der Schachtel zu bedecken, indem es sie so aneinandersetzt, daß die Bögen (in roher Annäherung) einen Kreis bilden. Das letzte Kind besitzt, wie die andern, die in Rede stehende Erkenntnis aber nicht mehr durch die zahlenmäßige Darstellung, sondern durch Vermittlung einer geometrischen Figur.

Wir sagen, daß die Erkenntnisse unserer Kinder *objektiv* die gleichen sind, denn sie *stimmen überein in*

---

1) Ein psychologischer Unterschied drückt sich zuweilen schon in der sprachlichen Verschiedenheit aus: so stellt z. B. ein Italiener die Zahl achtzig als 10×8 dar, ein Franzose als 20×4 (quatre-vingts).

der Voraussicht, die man von ihnen verlangt, indem sie in gleicher Weise die Würfel vorbereiten, die den Boden der Schachtel bedecken sollen, während diese Voraussicht *nicht* erfüllt wäre, bei *einer andern Schachtel* oder bei *Würfeln* von *anderen* Dimensionen. Wir sagen dagegen, daß dieselben Erkenntnisse *subjektiv* verschieden sind, denn sie haben die Voraussicht auf verschiedene Weise erlangt, durch verschiedene *Bilder*.

Aber sobald wir unsere Kritik weiter treiben, bemerken wir:

1. daß die erwähnte Voraussicht nur durch Vermittelung irgendwelcher Bilder möglich ist und daß daher eine *reine* objektive Erkenntnis nicht möglich ist;
2. daß die subjektive Art der Vorstellung auf die Voraussicht selbst und auf andere ähnliche einwirkt, weshalb man sagen muß, daß sie einen objektiven Bestandteil enthält

In dem vorigen Beispiel tritt das sehr deutlich hervor. Das Kind, das sich die erwähnte Tatsache geometrisch vorstellt, weiß *weniger* als die anderen, insofern als es nicht gleich erkennen wird, daß seine vier gezeichneten Würfel den Boden der Schachtel auch bedecken würden, wenn sie in einer Anordnung darauf gestellt würden, bei der die vier Bögen eine vom Kreis verschiedene Figur ergeben würden (s. Fig. 1). In anderer Hinsicht *lehrt* die erwähnte geometrische Vorstellung *mehr*, nämlich vorauszusehen, bei welcher Anordnung der Würfel der Boden der Schachtel bedeckt wird usw.

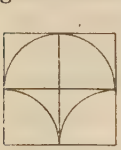

Fig. 1.

An diesem Beispiel kann man schon erkennen, daß der *subjektive und der objektive Bestandteil nicht zwei irreduzible Elemente der Erkenntnis sind, sondern vielmehr verschiedene Ansichten derselben, die sich ergeben*

aus ihrer Gegenüberstellung mit andern Erkenntnissen ein und derselben Person oder verschiedener Personen hinsichtlich einer Sache oder verschiedener.

Wir begegnen dem *objektiven* Elemente überall da, wo eine *Übereinstimmung der Voraussicht* vorhanden ist, unabhängig von der Art, wie sie (von ein und derselben Person oder von mehreren) erlangt wird.

In der Mannigfaltigkeit dieser möglichen *Arten* begegnen wir dem *subjektiven* Elemente.

Aber obgleich bei fortschreitender Erweiterung der Erkenntnis die beiden Elemente *immer mehr auseinandertreten*, so werden sie doch *niemals absolut* getrennt. Der Begriff des Objektiven und der des Subjektiven entstehen vielmehr in jedem Augenblick durch Abstraktion aus der Vergleichung von Erkenntnissen, die immer einer Erweiterung fähig bleiben.

Folglich wird die subjektive Ansicht der Erkenntnisse immer etwas Objektives enthalten ebenso wie die objektive etwas Subjektives.

Immerhin kann die Unterscheidung viel weiter getrieben werden, als sich aus dem angeführten Beispiel ergibt.

Indem man immer die *Vergleichung von Erkenntnissen* zugrunde legt, kann man sich nämlich über jene Objektivität erheben, die sich aus der Vergleichung zwischen den Erkenntnissen ergibt, die verschiedene Personen von derselben Sache besitzen; und wenn man ebenso die Art vergleicht, wie verschiedene Gegenstände erkannt werden, so kann man eine Subjektivität der Vorstellungen erkennen, die allen Menschen gemeinsam ist.

Auf dieser neuen wissenschaftlichen *Stufe der Unterscheidung* von Subjektiv und Objektiv ergibt sich ein neuer Umstand, daß nämlich „die Vorstellungsart, die in einem gegebenen Falle zu einer verifizierten Voraus-

sicht führt, in bezug auf andere mögliche Voraussagen zu einem Irrtum führen kann". Das drückt man dadurch aus, daß man sagt, mit der subjektiven Ansicht der Erkenntnisse seien *Erscheinungsweisen* der Dinge verbunden, die nicht ihrer *Wirklichkeit* entsprechen. Die so erhaltene Unterscheidung führt also zu einer *Korrektur* der ursprünglich erworbenen Erkenntnis, indem man sie in zwei Teile spaltet, von denen der eine (der objektive Bestandteil) dem größeren *Komplex* von Voraussagen besser entspricht, der andere (der subjektive Bestandteil) mit dem ersten zusammen die Voraussicht in dem einzelnen abweichenden Falle liefert (oder wie man sagt, den *trügerischen Schein erklärt*).

§ 20. Das Subjektive und Objektive bei der Messung.

Das gerade können wir durch die Untersuchung eines einfachen und klaren Beispiels erkennen.

Wenn man von der *Größe* oder den *Dimensionen eines Gegenstandes* spricht, so meint man eine zusammengesetzte Erkenntnis, die die Übereinstimmung vielfacher Voraussichten in sich schließt in bezug auf Erfahrungen des Tastsinnes, des Gesichtsinns usw.

Nun wollen wir einmal die Dimensionen eines vorgelegten Gegenstandes als *bekannt* voraussetzen. Von diesen Dimensionen verschafft uns der Gesichtsinn eine gewisse unmittelbare Erkenntnis, in die verschiedene Elemente eingehen, die wir unserer Analyse unterwerfen müssen.

Vor allem muß man die Entfernung und die Stellung des Gegenstandes berücksichtigen und die Fehler korrigieren, die aus dieser Beziehung des Gegenstandes zum Subjekt entspringen und in mehrfacher Weise die Bedingungen seines Anblicks verändern.

Aber danach bleiben in unserer Erkenntnis noch gewisse Elemente, die von dem Bau des Sehorgans abhängen und die, wie die Psychophysik lehrt, von Mensch zu Mensch veränderlich sind, die aber jedenfalls auf gewissen allgemeinen Umständen der Wahrnehmungen beruhen. So erscheinen z. B. zwei Punkte, die durch einen leeren Raum getrennt sind, näher beieinander als zwei gleich weit voneinander entfernte Punkte, deren Zwischenraum stetig mit Materie erfüllt ist; und in ähnlicher Weise werden gleiche Längen verschieden geschätzt, je nachdem sie gleichmäßig oder wechselnd gefärbt sind usw.

Wir sehen schon in dem erwähnten Beispiel den Einfluß des subjektiven Elementes, das dem Gesichtseindruck innewohnt, und den die Tastempfindungen uns zu korrigieren erlauben. Aber auch ohne auf die exakten Messungsmethoden mittels des Tastsinnes zu rekurrieren, kann man leicht verstehen, wie geeignete Experimente zur Entdeckung der systematischen Fehlerquellen führen können, ohne das Gebiet der Gesichtswahrnehmungen zu verlassen. Es genügt in der Tat, auf die Färbung der verschiedenen Teile des Gegenstandes zu achten, erfüllte Räume durch leere zu ersetzen usw. Und wenn man so einmal gewisse Regeln in bezug auf die *Luftperspektive* im weitesten Sinne des Wortes aufgestellt hat, so besitzt man darin ein Mittel, um die Gesichtswahrnehmungen zu korrigieren und so zu einer genaueren Erkenntnis der Dimensionen von Körpern zu gelangen, die unserem Urteil unterbreitet werden. Auf diese Weise kann man Vorausbestimmungen treffen, die besser mit den verschiedenen möglichen Erfahrungen durch den Gesichtssinn bei einer und derselben oder bei verschiedenen Personen zusammenstimmen.

Wenn wir nunmehr jede Beschränkung auf ein einzelnes Sinnesgebiet fallen lassen, ohne doch das Gebiet

der Messung zu verlassen, so finden wir Stoff zu interessanteren Betrachtungen.

Die Messung besteht in einem vergleichenden Urteil zwischen einer unbekannten Länge und einer anderen, die als Maßeinheit dient, sie wird vollzogen mittels der Sinne und mit Hilfe geeigneter Instrumente. Das benutzte Instrument gestattet einen gewissen Genauigkeitsgrad, den man als ein objektives Datum des Urteils ansehen kann. Aber außerdem muß man die *Art*, wie das Instrument gehandhabt wird, den *physischen und psychischen Zustand* des Experimentators und tausend andere Nebenumstände in Betracht ziehen; denn alle diese rufen, wo es sich um einen gewissen Grad von Genauigkeit handelt, Abweichungen in den Versuchsresultaten von einem zum andern Mal bei einer Person und in ihrer Gesamtheit bei verschiedenen Personen hervor.

Sehen wir jetzt von den *systematischen Fehlern* ab, um uns lediglich mit den *zufälligen* zu beschäftigen, so begegnen wir der merkwürdigen und lehrreichen Tatsache, daß das Mittel aus den Beobachtungsergebnissen bei demselben Experimentator die Tendenz zeigt, von dem *genauen Wert* um einen konstanten Fehler abzuweichen, den man als die *persönliche Konstante* bezeichnet.

Auf zwei Weisen kann diese Tatsache erkannt werden. Einmal durch Anwendung vollkommenerer Meßinstrumente und anderseits durch Gegenüberstellung der Beobachtungen verschiedener Personen. Aber wenn einmal die persönliche Konstante festgestellt und zur systematischen Korrektur der Messung benutzt worden ist, so erreicht man damit einen höheren Grad von Genauigkeit, der in der besseren Übereinstimmung zwischen den Resultaten eines Experimentators und zwischen denen verschiedener Experimentatoren zum Ausdruck kommt.

Die obigen Bemerkungen machen klar, welcher positive Gehalt in der Behauptung von dem subjektiven Element in der Erkenntnis enthalten ist.

In der Tat sehen wir in dem vorhergehenden Beispiel nochmals, daß es sich nicht darum handelt, dem *Objekt* eine in Beziehung auf das *Subjekt* strenge transzendentale Bedeutung zu geben. Dadurch daß die Unterscheidung eine relative wird, verliert sie gewiß nicht an Bedeutung; es gelingt, ein Datum aus dem Bau der Sinnesorgane klar zu bestimmen, obgleich die Erkenntnis selbst, die wir als genau betrachten, mittelbar auf den Sinnen selbst beruht, deren Ungenauigkeit wir gerade ins Licht setzen.

Aber wir müssen die vorhergehenden Bemerkungen noch von einem anderen Gesichtspunkte aus betrachten.

Man erhält das obenerwähnte *Fehlergesetz*, indem man die Gesamtheit der mannigfaltigen Beobachtungen durch ihr *arithmetisches* Mittel ersetzt, von dem man annimmt, daß es sich dem *genauen Maß* mehr nähert.

Zwei Fragen erheben sich da.

Vor allem sehen wir, daß der Begriff eines *genauen* Maßes an dem Gedankenprozeß beteiligt ist, der zur Korrektur der sinnlichen Fehler führt. Es ist dies ein wichtiger Punkt, auf den besonders die Kantianer ihr Augenmerk richten werden.

Was ist das genaue Maß? Ist es nicht das Absolute in der Messung? Und sollten wir uns nicht auf diese Weise gezwungen sehen, dem Absoluten einen Platz anzuweisen, das wir doch vorher für sinnlos erklärt haben?

Wir wollen die Frage kaltblütig prüfen.

Wenn gefragt wird: „Kann man sich in der Folge der fortschreitenden Annäherungswerte eines Maßes ein *letztes* Glied denken?“ So antworten wir: nein! In diesem realistischen Sinne bedeutet das genaue Maß gar nichts.

Die Annahme, daß eine unmittelbare genaue Maßbestimmung möglich sei, begegnet weiter verschiedenen Einwänden. Das, was wir über den Bau der Materie wissen oder annehmen, und das, was wir über die Natur des Lichts (besonders den Begriff der *Wellenlänge*) voraussetzen, bildet ein Hindernis für eine solche Annahme; ist es doch nicht schwer, z. B. für die kleinste mit dem Mikroskop sichtbare Länge eine theoretische Grenze anzugeben, die von der praktisch erreichten nicht allzuweit entfernt ist.

Aber auch alles dies ist für uns gleichgültig, wenn wir zum Ausgangspunkte unserer Überlegungen die *Annahme* der Existenz eines genauen Maßes machen.

Der Wert dieser Annahme besteht lediglich darin, daß sie erlaubt, die Tatsachen, die mit den experimentellen Bestimmungen des Maßes zusammenhängen, durch einen logisch wohl definierten Begriff (den Begriff einer *Zahl*) darzustellen, so daß die darauf gegründeten Überlegungen zu Voraussichten führen, die durch die Erfahrung bestätigt werden. Nun bildet diese Unterordnung der sinnlichen Daten unter *Begriffe* gerade einen *Bestandteil unserer psychischen Organisation*, dessen Wichtigkeit für die Erkenntnistheorie wir später hervorzuheben Gelegenheit haben werden.

Noch einige Worte über das *Postulat des Mittels*, das mit unserem Thema nicht so eng zusammenhängt.

Sehr witzig bemerkte einmal Lipmann zu Poincaré, daß in solchen auf die Wahrscheinlichkeit bezüglichen Fragen die Übereinstimmung der Gelehrten eine vollkommene sei, weil die Mathematiker glauben, sie seien durch das physikalische Experiment entschieden, während die Physiker glauben, die Mathematik habe sie gelöst. Und Poincaré antwortete, indem er das Wort bestätigte, die Frage brauchte nicht mehr erörtert zu werden, es handle sich nur um Versuchsergebnisse.

Die Wahl des arithmetischen Mittels zur Darstellung einer Folge von Beobachtungen entspricht der Wahl derjenigen Zahl, durch die die Summe der Quadrate der Differenzen der einzelnen Beobachtungswerte den kleinsten Wert annimmt. Diese Wahl ist *a priori* willkürlich. Aber das Prinzip, auf dem sie beruht, rechtfertigt sich durch die größere Übereinstimmung, die die Vergleichung verschiedener Beobachtungsreihen ergibt. Im ganzen entspricht also der physikalische Begriff des Maßes einem Intervall, innerhalb dessen die durch das Determinierungsverfahren gelieferten Werte liegen und das man soweit wie möglich zu verkleinern strebt. Dieses Intervall wird kleiner, wenn man die aus den einzelnen Beobachtungen gewonnenen Resultate durch ihre Mittelwerte ersetzt. Dies ist die Bedeutung des Mittelpostulates, auf das Gauss die *Fehlertheorie* gegründet hat. Man nimmt das arithmetische Mittel, das die Quadratsumme der oben genannten Differenzen zu einem Minimum macht, weil es sich gerade darum handelt, im Resultat das Intervall zu verkleinern, das die äußersten erhaltenen Werte von demjenigen nach beiden Seiten trennt, der von beiden gleich weit entfernt ist.

§ 21. Subjektiv und Objektiv im Aufbau der Wissenschaft.

Die weitere Verfolgung der obigen Beobachtungen führt uns zu einer eingehenderen Diskussion des Problems der *positiven Definition der Wirklichkeit;* dieses Problem werden wir ausführlicher im II. Kapitel behandeln, welches eine Kritik der Tatsachen und Theorien enthalten soll.

Hier wollen wir uns darauf beschränken, zu bemerken, daß das Beispiel der Messung uns über den wissenschaftlichen Wert der Unterscheidung von Sub-

jektivem und Objektivem in der Erkenntnis belehrt. Sieht man nämlich von jeder transzendenten Deutung ab, so wird diese Unterscheidung zum Ausgangspunkt eines *Verfahrens der fortschreitenden Korrektur* im Fortgang der Wissenschaft. Wenn nun auch dieser Gesichtspunkt diejenigen nicht befriedigen kann, die sich die Arbeit der Wissenschaft auf irgendeinem Gebiete als abgeschlossen vorzustellen lieben, so entspricht er doch den Erfordernissen des Fortschritts und hat daher eine viel positivere und befriedigendere Bedeutung für die praktischen Zwecke.

Zweifellos strebt die Wissenschaft nach einer immer objektiveren Erkenntnis. In jedem Stadium ihrer Durcharbeitung unterdrückt sie daher in ihrer dogmatischen Darstellung diejenigen Elemente, die nach dem augenblicklichen Stande der Kenntnisse subjektiv erscheinen. Aber die Elimination des Subjektiven wird noch weiter getrieben werden müssen in einem vorgeschritteneren Stadium, in dem die Korrektur des vorhandenen Fehlers weiter fortgeschritten sein wird. Und anderseits werden jene subjektiven Elemente, die als Residuen der vorhergehenden Elimination ausgeschieden werden, bei erneuter Kritik noch etwas Objektives ergeben.

So kann man den Fortschritt der Wissenschaft mit der Bewegung einer Schaukel vergleichen, die derjenige, der darauf sitzt, so hoch wie möglich zu schwingen strebt; jedem Stoß nach vorne entspricht eine Schwingung, durch die auch die Bewegung nach rückwärts verstärkt wird und das macht den Stoß immer wirksamer.

Vom genetischen Gesichtspunkt aus betrachtet, steigt nicht nur die Wissenschaft zu immer höherer Objektivität auf, sondern auch die Subjektivität der Vorstellungen, die ihr als Mittel der Erkenntnis dienen, erreicht ihrerseits immer höhere Grade.

§ 22. Kritik des Positivismus.

Der angegebene Bauplan vervollständigt diejenige Betrachtung der *ausgebildeten* Wissenschaft, die der positiven Philosophie angehört.

Die geistige Bewegung, die mit diesem Namen bezeichnet wird, verdankt ihren Ursprung der Reaktion gegen die willkürlichen Begriffsbildungen des metaphysischen Idealismus, der um so gefährlicher war, als er Anspruch auf sehr hohe (vielmehr absolute) Objektivität erhob, während er doch nur eine Übertreibung der Subjektivität widerspiegelte.

Während Immanuel Kant mit seiner Kritik die Täuschung dieser angeblichen metaphysischen Objektivität aufdeckte (indem er freilich dabei den Zugang zu einer unberechtigten Ausdehnung des Subjektiven über das Objektive öffnete), war das Ziel Auguste Comtes ihre negative Kritik; den vielgestaltigen und einander widersprechenden philosophischen Systemen stellte er die ausgebildete Wissenschaft gegenüber und setzte den Charakter der „Tatsachenerkenntnisse", auf denen sie beruht, ins Licht.

Icilio Vanni hebt mit Recht hervor, daß Comte dieses Kriterium der *wirklichen Erkenntnis* in der *Übereinstimmung* der *Menschen* findet, d. h. in dem *sozialen* Wert der Wissenschaft im Gegensatz zu dem *individuellen* Wert der Metaphysik. Wir haben oben neben diesem wichtigen Unterscheidungsmerkmal des Objektiven andere angeführt, die im Gebiet des Individuellen bleiben.

Wie dem auch sei, der *positivistische Geist*, der das ganze Werk Comtes beherrscht, offenbart sich in einer rigorosen Auswahl derjenigen Erkenntnisse, denen der Charakter der Objektivität zugesprochen wird. Unabhängig von der Schule von Schriftstellern und Soziologen, die sich hauptsächlich der Weiterbildung einiger Resul-

tate der letzten comtischen Spekulationen gewidmet hat, hat jener Geist in den verschiedenen Gebieten der Wissenschaft einen starken Einfluß ausgeübt und hat seinen vollendetsten Ausdruck im Gebiete der physikalisch-mathematischen Erkenntnis gefunden, von der die Spekulation des Meisters ausgegangen war.

Indessen zeigt sich die erwähnte Wirkung auf allen Gebieten des Wissens in doppelter Weise: einerseits in dem Bestreben eine in immer höherem Grade von den verschiedenen Vorstellungsweisen unabhängige Form der Erkenntnis zu gewinnen; anderseits in einer völligen Gleichgültigkeit gegenüber allem, was diese Vorstellungsweisen betrifft, und in einer summarischen Verurteilung der Metaphysik, die aus ihnen ihre Nahrung zieht.

Wir haben bereits bemerkt, daß diese negative Seite des Positivismus, obgleich gerade sie den meisten Anklang zu finden scheint, in unseren Augen seine schwächste ist. Die Kritik der Metaphysik, die sich daraus ergibt, gibt dieser einerseits *mehr* zu, als nötig ist, und begreift anderseits in ihrer Verurteilung Dinge, die verteidigt zu werden verdienten.

§ 22a. Positivismus und Metaphysik.

An der alten Metaphysik ist etwas zu verteidigen? Und dieser Zweifel allein genügt nicht, um von seiten aller Gelehrten ein Scherbengericht gegen denjenigen herbeizuführen, der ihn ausspricht?

Wir bitten vor Fällung des Urteilsspruchs den *Angeklagten* zu hören, ohne das Vorurteil, als hätte man einen *Überführten* vor sich.

Vor allem handelt es sich darum, festzustellen, „was man gewöhnlich unter Metaphysik versteht". Vielleicht nur wenige oder keiner von den Positivisten hat sich

diese Frage gestellt. Oder sie sind wenigstens häufig bei der Antwort stehen geblieben: „*Metaphysik ist die Wissenschaft von dem Absoluten*, das hinter der physikalischen Relativität liegt[1]); dieses *Absolute ist unerkennbar* und folglich eine Wissenschaft davon ein Unding."

Für uns hingegen ist das *Absolute ein Ausdruck ohne Bedeutung*, der fehlerhaft definiert ist; daher gesteht man von diesem Standpunkt der Metaphysik zu viel zu, wenn man ihr die *Existenz* eines wenn auch unerkennbaren *Gegenstandes* zugibt, auf den sie sich bezieht.

Aber die oben wiedergegebene Definition der Metaphysik ist unvollständig. Die Metaphysik kombiniert nicht lediglich sinnlose Zeichen, von denen sie vorgibt, sie hätten eine transzendente Bedeutung, sondern sie bemüht sich ihren Gegenstand durch *Bilder* darzustellen, die eine konkrete Bedeutung haben.

Wer sich nur ein wenig damit beschäftigt, eines jener *ontologischen Systeme* zu prüfen, in denen der Geist der Metaphysik am reinsten zum Ausdruck kommt, der findet bald, daß die *Wesenheiten*, aus denen dort die Welt aufgebaut wird, nichts anderes als *Bilder von realen Dingen* sind. Wenn auch ihre Erfinder sich dagegen verwahren, daß die von ihnen erdachten *Substanzen*, *Äther* oder *Flüssigkeiten* irgend etwas mit den konkreten Dingen zu tun hätten, mit denen die Worte assoziiert sind, da sie etwas darstellen, das hinter den Erscheinungen ist, so erkennt man doch leicht, daß diese Verschiedenheit nur darin besteht, daß man Eigenschaften, die verschiedenen Dingen zukommen, durch einen geistigen Assoziations- und Abstraktionsprozeß vereinigt hat.

1) Zu solchen Ehren hat es das Wort gebracht, mit dem man ursprünglich dasjenige Buch in der Sammlung der aristotelischen Werke bezeichnete, das auf das der Physik folgte!

Letzten Endes ist eine *Ontologie* eine *subjektive Darstellung der Wirklichkeit*, ein vom menschlichen Geiste geformtes *Modell*, dessen *Bestandteile zwar der Wirklichkeit entnommen, aber nach einem bestimmten subjektiven willkürlich für allgemein erklärten Gesichtspunkte zur Erklärung eines gewissen Komplexes von Erkenntnissen kombiniert werden.*

Die ersten ontologischen Systeme, die die Geschichte kennt, tragen diesen Charakter noch in besonders unbeholfener Weise zur Schau, so z. B. das System des Thales von Milet, der die Feuchtigkeit erklärte, indem er das „Wasser" als den Ursprung aller Dinge ansah. In den höher entwickelten Lehrgebäuden ist der Assoziations- und Abstraktionsprozeß komplizierter.

Aber in der modernen Philosophie tritt noch die transzendente Art hinzu, in der man die Universalität des Systems versteht; dieses soll nicht nur imstande sein, jedes mögliche neu hinzutretende Datum zu erklären, sondern es macht sich auch anheischig, das *Ganze der Wirklichkeit* selbst und somit das Absolute im Gegensatz zum Relativen zu begreifen.

Der theologische Ursprung der heutigen Metaphysik erklärt zur Genüge, daß sie den erwähnten Charakter angenommen hat. Immerhin erkennt man von einem gewissen Gesichtspunkt aus, wie diese Degeneration, die eine systematische Verfehltheit in die Ontologien bringt, sich nach psychologischen Gesetzen aus jener philosophischen Methode entwickeln mußte, die nach einigen vorbereitenden Betrachtungen sich gänzlich von der Außenwelt abkehrt. Allerdings erlaubt eine solche Abkehr dem Denker sein eigenes Weltbild für abgeschlossen zu halten, so daß die *Unendlichkeit* der Welt, die eine Folge des *genetischen* Prozesses ist, durch den wir unsere Erkenntnisse erwerben, in das erwähnte Bild nicht aufgenommen werden kann, es sei denn, daß man sie als eine *aktuale* auffaßt.

Doch, anstatt uns noch länger bei der Kritik jener transzendenten Verfahren aufzuhalten, deren Nichtigkeit wir bereits gezeigt haben, wollen wir lieber anerkennen, daß auch in den Ontologien der modernen Metaphysik sich immer ein *System von Bildern*, ein *Modell* findet, das sich zuweilen in geeigneter Weise einer Gruppe realer Tatsachen anpassen läßt und das jedenfalls, indem es neue Assoziationen auslöst, in der Entwickelung der Wissenschaft eine nützliche Rolle spielen kann. Einzig diesen Bestandteilen ist es zu verdanken, wenn man in den sonderbarsten metaphysischen Systemen Bemerkungen begegnet, die eine später wirklich eingetretene wissenschaftliche Entdeckung vorauszuahnen scheint.

Anderseits sind neben den metaphysischen Ontologien, die ihren Anspruch, eine *endgültige* und *vollständige* Wissenschaft zu liefern nicht verhüllen (und die sich nicht die Mühe nehmen, zu untersuchen, ob solche Eigenschaftswörter vor diesem Hauptwort überhaupt einen Sinn haben) für ein begrenztes Gebiet von Erkenntnissen andere *ontologische Systeme* konstruiert worden und werden es noch tagtäglich. Auch hier fehlt nicht die Tendenz des menschlichen Geistes, sich in ihrer Betrachtung zu isolieren und ihre Gültigkeit über ihren ursprünglichen Bereich auszudehnen![1])

---

1) Ein charakteristisches Beispiel ist die *Entwickelungslehre*, die bei SPENCER ein richtiges *metaphysisches System* geworden ist, wenn auch ohne den Fehler des Transzendentalismus, für den der Autor nur *außerhalb* des positiven Teiles seiner Philosophie einen Platz hat.

Um die Entwickelung außerhalb des Feldes der Biologie (wo sie eine wissenschaftliche Theorie ist) zu rechtfertigen, läßt sich der große Philosoph verleiten unter seine Grundsätze solche aufzunehmen, wie die „Unbeständigkeit des Homogenen", seine Differenziation unter dem Einfluß „zufälliger Kräfte" und ähnliches

Diese bescheideneren und nützlicheren Konstruktionen, die sich oft verborgen in der Wissenschaft finden, sind der unerbittlichen Kritik Comtes nicht entgangen, sondern er hat sie als metaphysisch gebrandmarkt. Der Äther oder die Fluida, mit denen die Physiker in ihren Hypothesen die unsichtbare Welt bevölkern, haben vor seinen Augen keine Gnade gefunden; und das gleiche gilt von so vielen anderen ähnlichen Begriffen, die auch heute noch von vielen Gelehrten angewandt werden. Jeder, der vom Geiste des Positivismus angehaucht ist, wird zugeben, daß Comtes Verwerfungsurteil insoweit berechtigt ist, als solche Konstruktionen und Theorien mit dem Anspruch auftreten, *objektive Erkenntnisse* darzustellen; daß aber diesen (sagen wir ruhig *metaphysischen*) Theorien nicht in der Entwickelung der Wissenschaft als *psychologischen Vorstellungen* ein gewisser Wert zukommt, diese Behauptung kann man nicht ohne vorhergehendes gründlicheres kritisches Studium dieser Entwickelung annehmen.

Doch es ist nunmehr an der Zeit, den Positivismus in bestimmten wissenschaftlichen Gebieten einer Kritik zu unterwerfen.

§ 23. Physikalischer Positivismus.

In keinem andern Zweige des Wissens hat die positivistische Lehre so große Erfolge zu verzeichnen wie gerade neuerdings in den physikalischen Wissenschaften. Das erscheint übrigens natürlich, wenn man bedenkt, daß wir der Physik den ersten realistischen Begriff des

---

mehr: Sätze, für die schwerlich ein Jünger der Mechanik die volle Verantwortung übernehmen wird, denen aber jeder den Wert von in gewisser Hinsicht ziemlich glücklich gewählten *Bildern* zugestehen wird.

Faktums verdanken und daß in der Physik die experimentelle Methode ihren Ursprung hat.

Den höchsten, den reinsten Positivismus findet man z. B. in den Werken von Mach und Kirchhoff. Dieser ging so weit, aus der Mechanik den Begriff der *Kraft* zu verbannen, denn er schien ihm, besonders in der Astronomie, ein subjektives Element in der Darstellung der Bewegung zu bilden. Die physikalischen Theorien liefern für jede Gruppe von Erscheinungen eine Differentialgleichung, die für sich allein alle Einzeltatsachen umfaßt, sie werden systematisch von allem gereinigt, was lediglich anschauliche Bedeutung besitzt.

Aus dieser Betrachtungsweise ergibt sich eine unerwartete Konsequenz, die Poincaré in einer genialen Bemerkung hervorhebt: Wenn nämlich für eine Gruppe von Erscheinungen *eine mechanische Erklärung* existiert, so gibt es deren unendlich viele.

Es gibt z. B. eine mechanische Erklärung des Lichtes, nach der dieses auf einer gewissen Art von *Äther*schwingungen beruht; daraus allein folgt, daß man auf unendlich viele verschiedene Weisen andere Reihen von Schwingungen konstruieren kann, die gleichfalls auf alle Lichterscheinungen passen.

Die Sache erscheint durchaus paradox: mechanische Theorien können, obgleich unter sich verschieden, doch zugleich *wahr* sein, d. h. gleichermaßen der Wirklichkeit entsprechen, indem sie nämlich die gleichen Tatsachen umfassen und sich nur in dem unterscheiden, was an ihrer Darstellung subjektiv ist.

Welch ein Fortschritt vom Standpunkt der Logik! Alle die müßigen Diskussionen über die Wahl zwischen *äquivalenten* Theorien erweisen sich in unerwarteter Weise als entschieden, man gelangt dahin, jede spezielle Darstellung der Tatsachen aufzugeben und nur in jedem einzelnen Falle danach zu fragen, ob sie eine mechanische

Erklärung zulassen. So befreit sich die Physik von gewissen traditionellen Methoden; es scheint schwer die Durchführung des positivistischen Gedankens in dieser Wissenschaft noch weiter zu treiben.

Aber die Emanzipation ist noch nicht vollkommen, es bleibt noch eine Notwendigkeit für den menschlichen Verstand, sich konkrete mechanische Bilder zu machen, und man würde einen Fehler begehen, wenn man zwei Theorien von verschiedenem subjektivem Wert als völlig gleichberechtigt betrachten wollte.

In diesem psychologischen Gesichtspunkt liegt auch die Kraft, die den Menschen vorwärts treibt auf dem Wege der Entdeckungen; daher sind auf jedem Gebiete nur wenige Theorien erdacht und ernsthaft diskutiert worden, nämlich diejenigen, die dem Bedürfnis nach Einfachheit genügten, das dem menschlichen Verstande innewohnt.

Der englische Geist eines Maxwell oder Thomson scheut nicht davor zurück, solchen Theorien bis in die kleinsten Einzelheiten zu folgen; und die konkrete Vorstellung der Ätherbewegung führt sie zur Entdeckung von Tatsachen, die die Bewunderung der ganzen gelehrten Welt erwecken.

Wir verlassen nicht das Gebiet der physikalischen Erkenntnis, wenn wir kurz die Frage der *atomistischen Hypothese* berühren, in der sich der psychologische Wert metaphysischer Vorstellungen besonders klar zeigt.

Wir wollen hier nicht die Widersprüche besprechen, die sich an die Annahme von Atomen knüpfen. Da wir uns keinen Teil der Materie anders vorstellen können als mit allen ihren Eigenschaften begabt, so stößt das Bild, das wir uns von den Atomen machen, die wir uns als sehr kleine Körper vorstellen, auf vielleicht unüberwindliche Schwierigkeiten, sobald wir ihm Realität beilegen.

Allerdings können wir nicht verschweigen, daß die neuen Untersuchungen, die von dem Experiment mit der Crookesschen Röhre ausgehen, und die neuen Gedanken über die elektrische Erklärung der Unteilbarkeit des Atoms vielleicht die schwerwiegendste der erwähnten Schwierigkeiten zu beseitigen geeignet sind. Nichtsdestoweniger würde eine ähnliche Schwierigkeit beim *Elektron* wieder auftreten, so daß ein auf das Positive gerichteter Geist in der atomistischen Hypothese nichts anderes als eine subjektive Vorstellung sehen kann.

Wenn man das Atom der konkreten Eigenschaften beraubt, die seinem Bilde zukommen, so muß man es als ein Symbol betrachten. Der logische Wert der atomistischen Theorie hängt dann davon ab, ob es gelingt, eine Zuordnung herzustellen zwischen ihren Symbolen und der Wirklichkeit, die sie darstellen soll.

Betrachten wir jetzt die Zeit, in der diese Theorie in die moderne Chemie aufgenommen wurde, so sehen wir, daß die rohen atomistischen Formeln nur die unveränderlichen Beziehungen ausdrücken, die zwischen den Verbindungen der einfachen Körper dem Gewicht und Volumen nach bestehen, wobei letztere auf einen wohldefinierten gasförmigen Zustand bezogen werden.

Nachdem aber die atomistische Terminologie einmal in die Wissenschaft eingeführt ist, führt sie dazu, die Bedeutung der Symbole zu erweitern und in der Wirklichkeit nach Tatsachen zu suchen, die diesem erweiterten Begriff entsprechen.

Die Theorie schreitet vorwärts, sozusagen angetrieben von ihrer metaphysischen Seite oder, wenn man will, von der Ideenassoziation, die durch die konkrete Atomvorstellung ausgelöst wird.

So treten in der Chemie der Kohlenstoffverbindungen an Stelle der rohen Formeln *Strukturformeln;* diese stellen mit Hilfe der Gruppierung der Atome im Molekül For-

mationsbeziehungen zweiten Grades dar, d. h. Beziehungen, die bei gewissen chemischen Umsetzungen stattfinden, bei denen einzelne Gruppen von Elementen einen invarianten Charakter zeigen. Da hier das ebene Bild des Moleküls nicht genügte, um z. B. die Tatsachen der Isomerie zu erklären, so hat VAN T'HOFF zur stereochemischen Darstellung gegriffen.

Müssen wir noch an die kinetische Gastheorie erinnern, an die Tatsachen, die durch die Dissoziation der Moleküle in Ionen erklärt worden sind, oder an die Hypothesen, auf die z. B. VAN DER WAALS durch den Gedanken geführt wurde, daß die Atome wirkliche räumliche Ausdehnung besitzen? Sollen wir von den physikalischen Phänomenen ganz anderer Art (z. B. von den Farben der dünnen Häutchen, aus denen die Seifenblasen bestehen) sprechen, die W. THOMSON mit der Messung dieser Größe in Verbindung gebracht hat?

Diese Menge von Resultaten zeigt deutlich, daß es für den Fortgang der Wissenschaft keineswegs nützlich ist, einer Theorie den Weg zu versperren, indem man nur auf ihren positiven Gehalt, d. h. auf die Gesamtheit der Tatsachen sieht, die sie erklärt; ihr Wert beruht in weit höherem Maße in den Hypothesen, die sie vermöge der psychologischen Vorstellung ihrer Symbole zu suggerieren vermag.

Wir wollen daraus nicht den Schluß ziehen, daß die atomistische Hypothese den außerordentlich verfeinerten Sinneswahrnehmungen eines Wesens entsprechen müßte, das einem vervollkommneten Menschen gleichen würde; wir wollen überhaupt nicht mit der Möglichkeit solcher imaginären Wahrnehmungen argumentieren, sofern sie als eine Steigerung der unsrigen gedacht sind. Sondern wir wollen in bezug auf die atomistische Theorie ein Wort wiederholen, das ein berühmter Meister über die Einheit der Materie gesagt haben soll: wenn bei einer ersten

Prüfung eine Tatsache, die der atomistischen Vorstellung widerspricht, als möglich erscheint, so besteht eine große Wahrscheinlichkeit, daß dies durch die Erfahrung widerlegt wird.

Besteht nicht in dieser Fähigkeit, sich den Tatsachen anzupassen und ein Bild von ihnen zu geben die *positive* Bedeutung einer Theorie?

§ 24. Biologischer Positivismus.

Wenn mehrere Alpinisten auf verschiedenen verschlungenen Pfaden durch dichte Wälder schließlich den Gipfel eines Berges erklommen haben, so können sie wohl die Meinungsverschiedenheiten über die Wahl des Weges, die sie vorher trennten, vergessen, um gemeinsam die Erreichung des ersehnten Zieles zu feiern. Angesichts der großartigen Aussicht, die alle Anstrengungen belohnt, werden unsere Leute alle Diskussionen aufgeben bis zu dem Augenblick, wo der Wunsch, noch höher zu steigen, sie von neuem zur Wahl des Weges zwingt.

So auch die Physiker; wenn sie dazu gelangt sind, vielfache Arten von Tatsachen unter eine einzige allgemeine Tatsache zusammenzufassen, die sich in einer Differentialgleichung ausdrückt, so können sie die Frage der subjektiven Vorstellung ruhen lassen, die sie zu dem Resultat geführt hat. Erst ein weiterer Fortschritt wird eine Untersuchung dieses Gegenstandes erfordern.

Aber in den biologischen Wissenschaften ist die Zahl der einfachen und allgemeinen Gesichtspunkte, zu denen man bisher gelangt ist, gering; die enorme Kompliziertheit der Tatsachen erschwert ihre Gewinnung; die aus kärglichen Beobachtungen und vorläufigen Assoziationen entstandenen Vorstellungen erweisen sich allzuoft als unzulänglich; und zu dem Gefühl der Ohnmacht

gesellt sich leicht die Vorstellung von etwas Vagem, Unbestimmten, Mystischen, gewissermaßen eine geheime Furcht, die den Forscher auf seinem dunklen und verwachsenen Pfade bedrückt und seine ohnehin schwachen Kräfte noch mehr vermindert.

Dieses Bild erläutert recht gut den Zustand der biologischen Wissenschaften zu der Zeit, als unter dem Einfluß der allgemeinen Philosophie der Geist des Positivismus gleich einem frischen Winde in sie hineinblies.

Daher bestand die erste Wirkung des Positivismus auf diesem Gebiete der Wissenschaft in der Ausschaltung der illusorischen mystischen Erklärungsversuche und in einer Belebung der Detailforschung: die geduldigen anatomischen Untersuchungen, mit denen schon Cuvier mit Hilfe des Sektionsverfahrens in den inneren Bau des tierischen Organismus eingedrungen war, erweitern sich zur Embryologie der Seetiere und führen später zur Lehre von den Zellen dank den Entdeckungen der *histologischen Technik*

Mit den anatomischen Forschungen halten die Fortschritte der Biochemie und der Physiologie gleichen Schritt; der ersten gelingt es, die Ansicht zu widerlegen, daß die organische Materie anders zusammengesetzt sei als die anorganische; die andere führt viele physiologische Vorgänge auf physikalisch-chemische zurück und erklärt sie dadurch. Diese einzelnen gesicherten Tatsachen bilden offenbar den bedeutsamsten Teil der Erfolge, die die biologische Forschung unserer Tage aufzuweisen hat

Aber sie entsprechen der analytischen Absicht einer Forschung, die darauf ausgeht, die Lebenserscheinungen physikalisch-chemisch zu erklären. Schon Comte hat, obgleich er die Ähnlichkeit zwischen Biologie und Physik hervorhob, auf ihre Unterschiede aufmerksam gemacht und Einspruch erhoben gegen den Versuch, die eine auf

die andere zurückzuführen; und die Natur der synthetischen Physiologie im Gegensatz zur Physik ist von Claude Bernard klar auseinandergesetzt worden: die *physiologische Synthese* besteht in einer neuen Art von Beziehungen, in einer neuen Gruppierung der Elementarerscheinungen, die als ein *hierarchisch determiniertes* System aufgefaßt werden.

Diese Synthese nun kommt in gewissem Grade in einigen allgemeinen Vorstellungen zum Ausdruck, die gerade auf diesem Gebiete die Rolle von leitenden Ideen der Untersuchung spielen.

Wenn die *Entwickelungshypothese* für die Anatomie und Physiologie diese Rolle übernommen hat, so verdankt man es gerade den theoretischen Konstruktionen, daß sie den Anstoß gegeben hat zu der Erklärung der Tatsachen der *Vererbung* und der *Variation* und zu den Ausblicken auf die damit zusammenhängenden Probleme der allgemeinen Zellenlehre.

Bei flüchtiger Betrachtung dieses Gebietes sehen wir bald, daß die bloße Vergleichung der Beobachtungen und Experimente, mit einem Wort das positive Studium der Tatsachen nach ihrem objektiven Gehalt anscheinend nicht mehr ausreicht. Von neuem erheben sich auf den Trümmern der alten diskreditierten Theorien des *Animismus*, der *Lebenskraft*, und des *nisus formativus* neue Vorstellungen, die aber von einer geistigen Strömung gespeist werden, welche sich früher wegen mangelnder Kenntnisse nicht in gebührendem Maße ausbreiten konnte.[1])

Da auf allen Seiten das Studium der Zelle betrieben wurde, auf das die Probleme der Zeugung und der

---

1) Vgl. Ives Delage „La structure du protoplasma et les théories sur l'hérédité, et les grands problèmes de la Biologie générale" Paris, C. Reinwald, 1895.

histologischen Entwickelung hinausliefen, so versteht man, daß die positive Forschung sich den innersten Eigenschaften des Plasmas und speziell der Keimelemente zuwandte und versuchte, diese realen Unterschiede mit den verschiedenen Eigenschaften der Organismen in Verbindung zu setzen, die sich daraus entwickeln.

Aber dieser Weg scheint nicht direkt zum Ziele zu führen; ein Beispiel wird die Sache klar machen.

Zu den deutlichsten Unterschieden, die sich in dem Bau der Keimzellen zeigten, gehörte die Zahl der Chromosomen, d. h. derjenigen Teile des Zellkerns, die sich mit dem Mikroskop unterscheiden lassen.

Diese Zahl bildet eine konstante Eigenschaft einer jeden zoologischen Spezies, die auch bei der Zeugung unverändert bleibt infolge der Zellteilung, die vor der Befruchtung stattfindet.

Es erscheint nun a priori sehr natürlich in dieser Zahl ein Zeichen für die Stufe zu suchen, die in der Phylogenese erreicht ist: aber eine elementare Beobachtung zeigt ihre geringe Bedeutung für den Charakter der Art. Es genügt in der Tat die Bemerkung, daß *Ascaris megalocephala* (auf die sich die Untersuchungen der elementarsten entwickelungsgeschichtlichen Erscheinungen beziehen) zwei *völlig ähnliche* Varietäten aufweist, *Ascaris univalens* und *Ascaris bivalens*. Die Keimzelle der ersten enthält *zwei* Chromosomen, während die der zweiten deren *vier* enthält!

Wenn man daher die Eigenschaften der Tiere aus dem Bau ihrer Keimzelle erklären will, so darf man diese Erklärung nicht von dem verlangen, was man in der Zelle selbst sieht; sondern man muß die Hypothese weiter treiben, indem man sich ein Bild von dem Zellenbau in seinen unsichtbaren Teilen macht.

Anderseits zwingen die mannigfaltigen Erscheinungen, die im allgemeinen mit dem Protoplasma zu-

sammenhängen, bereits dazu, seine Struktur als außerordentlich kompliziert anzunehmen.

Nur um die Bewegungen des Plasmas zu erklären, haben sich viele Autoren die verschiedensten Vorstellungen von seiner physikalischen und chemischen Natur gemacht; wir wollen von den neuesten die von Quincke und Bütschli erwähnen (der letztere konstruierte eine Substanz von zellenförmiger Struktur mit Hilfe eines Gemenges von Öl und einer Lösung von Kaliumkarbonat); ferner die von Berthold, der das Plasma mit einer außerordentlich komplizierten Emulsion vergleicht, in der gewisse osmotische und chemische Erscheinungen auftreten; endlich die von Verworn, der (um von der Fähigkeit, sich zusammenzuziehen, Rechenschaft zu geben) sich das Plasma aus Molekülen zusammengesetzt denkt, die durch drei Zustände hindurchgehen können, indem sie oxydieren und plötzlich zerfallen. Diese Theorien tragen das Gepräge von, wenn man will, geistvollen, aber auch etwas groben *Bildern;* ihr primitiver und eng umgrenzter Charakter verleiht ihnen einen geringen wissenschaftlichen Wert, so daß trotz der merkwürdigen von Blütschli erzielten Reproduktion der kariokinetischen Figuren wenige Biologen geneigt sind in solchen Gesichtspunkten mehr als erstaunliche Analogien zu erblicken; nur wenige trauen ihnen zu bei weiterem Eindringen zur Entdeckung neuer Tatsachen zu führen. Daher der große Unterschied, der solche Theorien von den metaphysischen Ontologien trennt, wo die umfassendere Vorstellung bei dem Autor die Illusion erzeugt, als habe er die Wirklichkeit als Ganzes oder wenigstens einen Teil von ihr erschöpft.

Viel näher der Metaphysik verwandt erscheinen hingegen die *allgemeinen Theorien* über den Bau der Keimzellen, Theorien, die veranlaßt wurden durch die

konstatierte Unzulänglichkeit der physikalisch-chemischen Begriffe über die Struktur des Plasmas, insofern diese uns nur über die Zahl und Beschaffenheit seiner Bestandteile belehren, nicht aber über die speziellen Lebenserscheinungen, die aus der Verteilung und Gruppierung derselben entstehen.

Trotzdem sie auf einer viel tieferen Stufe der Ausbildung stehen, zeigen diese Theorien in ihrer Konstruktion eine bemerkenswerte Ähnlichkeit mit den physikalischen Darstellungen, eine Analogie, die um so mehr hervortritt, als die moderne Ansicht sich vom Physizismus entfernt hat. Wie die Physiker ihre Äther und Fluida in Analogie zu den festen, flüssigen und gasförmigen Körpern geschaffen haben, indem sie deren Eigenschaften entsprechend den zu erklärenden Tatsachen kombinierten, so haben die Biologen versucht, sich eine Vorstellung von der Keimzelle zu machen nach dem Bilde der Aggregate von einzelligen Wesen, oder nach dem der Tierstöcke oder geradezu nach dem der organisierten tierischen Gesellschaften.

In der Tat stellen sie sich die Zelle als ein Aggregat oder einen Organismus von Partikeln vor, denen schon gewisse elementare Eigenschaften der belebten Materie zugeschrieben werden; schon die Worte, mit denen sie die gegenseitige Wirkung und Gegenwirkung dieser Partikel bezeichnen, drücken klar eine solche Vorstellung aus.

Dies ist wenigstens der Grundcharakter der neuesten Theorien, die Delage als „*mikromeristisch*“ und „*organizistisch*“ bezeichnet. Wissenschaftliche Theorien, sagt man, nicht metaphysische; denn in der Tat erheben sie nicht den Anspruch universelle Systeme zu bilden, sie bauen sich vielmehr selbst erst auf einer atomistischen Vorstellung von der Materie auf; auch verlieren sie sich nicht in die mystischen Nebel des alten Animismus,

noch erstreben sie in irgendeiner Weise eine transzendente Erklärung des Lebens.

Einige sehen in ihnen sogar *positive* Theorien, weil sie die Tatsachen nicht aus den Augen verlieren und sich gemäß den Beobachtungen und Experimenten anpassen und umformen; aber dieses Attribut hat im Munde der Biologen nicht seine strenge Bedeutung entsprechend dem comtischen Geist, der die Theorien der Elektrizität und des Lichtes und die atomistische Theorie selbst verwirft, denen doch in diesem Sinne ein höherer Grad von Positivität zukommt.

Wahrhaft positiv kann eine Theorie nur genannt werden, wenn sie lediglich aus *Tatsachenhypothesen* besteht, wie aber soll man sich hier die *physiologischen Elementarteile*, aus denen sich die Zelle zusammensetzen soll, gewissermaßen als lebende Wesen vorstellen, da es doch ihr Grundcharakter ist, sich als *Organismen* darzustellen?

Man kann für die mikromeristische Hypothese das wiederholen, was über die atomistische gesagt worden ist; die Vorstellung von dem Atom als einem wirklichen materiellen Teilchen stößt auf die Schwierigkeit, daß man dieses Teilchen gewisser Grundeigenschaften wie der Teilbarkeit berauben muß; entsprechend stößt die Vorstellung von physiologischen Elementarteilen auf die Schwierigkeit, daß man etwas, was lebt, der Eigenschaft der Organisation berauben muß.

Es ergibt sich also, daß, wenn die einfache Annahme einer gewissen physikalisch-chemischen Konstitution das *Leben* des Plasmas nicht hinreichend erklärt, an dem Problem nichts geändert wird für diejenigen seiner Teile, die schon als lebend betrachtet werden, es sei denn, daß es gelingt, sie wirklich als *Elemente* zu fassen. Aus dem Versuch dieser Schwierigkeit zu entgehen entspringen auch die Unstimmigkeiten, die die Kritik in den einzelnen Theorien findet.

Diese Bemerkungen zeigen, daß man unrecht daran täte, diesen biologischen Theorien einen positiven Wert beimessen zu wollen, den wir nicht einmal ihren physikalischen Schwestern zuerkennen können. Aber das vermindert nicht ihren wissenschaftlichen Wert als Bilder oder Modelle, die geeignet sind auf Tatsachenhypothesen zu führen. Um sich davon zu überzeugen, braucht man nicht einmal auf die Diskussion von Theorien einzugehen, die von Männern wie Spencer, Haacke, Haeckel, Darwin, Weismann, Roux usw. aufgestellt worden sind. Es genügt einen raschen Überblick über die positiven Probleme zu geben, die sich dabei ergeben. Wie mannigfaltig und interessant sind diese Probleme, wenn auch das, was jene Theorien zu ihrer Lösung beitragen, noch so geringfügig ist!

Indessen hat natürlich jeder Autor in seine Vorstellung von der Keimzelle diejenigen Ansichten hineingetragen, die ihm in bezug auf das Leben der tierischen Aggregate oder der Arten eigentümlich sind; Haeckels sogenanntes „*biogenetisches Grundgesetz*" sucht, indem es einen Parallelismus zwischen Phylogenese und Ontogenese annimmt, diese Übertragung zu rechtfertigen, die gewissermaßen eine Bedingung für die Fruchtbarkeit der Bilder ist, die aus den früher erwähnten Analogien und Vergleichungen entspringen. Nun sind natürlich diejenigen, welche die Hauptursache der Variation der Arten in der äußeren Umgebung erblicken, gezwungen, die Differenzierung des Plasmas *epigenetisch* zu erklären, indem sie die physiologischen Einheiten des Keims als gleichwertig ansehen; anderseits greifen diejenigen, welche die Hauptursache der Variation in inneren Eigenschaften der Art suchen, nach *präformistischen* Erklärungen im modernen Sinne des Wortes.[1])

1) Die alte Lehre von der Präformation oder Evolution nahm an, daß die Keime ineinandergeschachtelt seien, so daß jedes Ei

Hier seien einige Beispiele von dem Einfluß angeführt, den solche Ansichten auf die Forschung ausüben.

Die epigenetische Ansicht, die eine *Isotropie des Eies* voraussetzt, veranlaßt Pflüger den Einfluß der Schwerkraft auf seine Entwickelung aufzuklären, indem er (durch geeignete Versuche an befruchteten Froscheiern) zeigte, daß sich die Teilungsebenen senkrecht zu der einwirkenden Kraft ausbilden; gewöhnlich werden diese Versuche als Beweis für die *Isotropie des Zellplasmas* gedeutet. Aber demgegenüber hält Roux an der *Anisotropie des Kernes* fest gemäß seiner Vorstellung, die zur Präformationslehre neigt, und diese Ansicht führt ihn dazu, experimentell zu untersuchen, wie die Entwickelung des Eies sich vollzieht, wenn sie durch eine langsame drehende Bewegung der Einwirkung der Schwerkraft entzogen wird, sie veranlaßt Chabry, seine bewunderungswürdigen Experimente an den *Ascidien* auszuführen, indem er einige Blastomeren des Eies tötet und unvollständige Larven erhält.

Die Schlüsse, die durch diese Experimente nahegelegt erscheinen, werden ihrerseits widerlegt durch die Ergebnisse anderer Untersuchungen (Driesch, Wilson) an Amphibien, Seeigeln usw., wo trotz Abtötung einer Blastomere sich ein vollständiger Embryo entwickelt. Und eine Bestätigung der epigenetischen Ansicht von der Isotropie des Eies bedeuten auch einige Ergebnisse

---

oder Spermatozoon (nach den Ovisten oder den Spermatisten) alle Nachkommen als Embryonen enthalten sollte, die sich dann nur zu entfalten brauchten. Diese absurde Hypothese ist längst aufgegeben, auf Grund der mikroskopischen embryologischen Untersuchungen. Aber die neue Präformationslehre fordert die Existenz verschiedener Elemente im Keime als Repräsentanten, sei es der anatomischen Teile des ausgewachsenen Organismus, sei es seiner elementaren Eigenschaften oder Charaktere.

der vergleichenden Embryologie, z. B. die, daß die Keimblätter bei den Manteltieren einander gleichen.

Solche offenbaren Widersprüche erhöhen nur das Interesse an den Versuchen so verschiedene Tatsachen adäquat zu erklären. Und jedenfalls stehen die oben erwähnten Beispiele nur in einer indirekten Beziehung zu den Ansichten über die Konstitution des Keims.

In höherm Maße zeigt sich allerdings die Wichtigkeit solcher Ansichten bei den allgemeinen Vererbungsfragen.

Bis vor wenigen Jahren wurde die *Erblichkeit der erworbenen Eigenschaften* als eine Tatsache angesehen, die vorzüglich zu den epigenetischen Ansichten stimmte. Da tritt, veranlaßt durch seine theoretische Vorstellung vom Keimplasma, Weismann auf und bestreitet sie kühnlich, und Emery, der die Grundlage dieser Theorie billigt, macht sie annehmbarer, indem er (durch die *Enzymhypothese*) das Prinzip der Nichtvererbbarkeit abschwächt in bezug auf die allgemeinen Giftwirkungen.

Die jüngste Polemik über diese Frage zwischen Weismann und Spencer ist zu bekannt. Es kommt uns nicht zu, hier eine Entscheidung zu treffen. Aber wer möchte die Wichtigkeit gewisser Vorstellungen verkennen, wenn sie die Macht haben, so lehrreiche Diskussionen hervorzurufen, wenn von ihnen neue Beobachtungen und Experimente, neue reale Unterscheidungen ausgehen, deren objektive Bedeutung von niemand bestritten werden kann?

Wir ahnen wohl den Einwand, den uns jemand machen könnte! Um solche fruchtbaren Debatten herbeizuführen, sind sicherlich gewisse allgemeine theoretische Ansichten notwendig, aber was hat das mit der detaillierten Vorstellung vom Plasma zu tun, in der sich Weismann gefällt? Ist es vielleicht nicht klar, daß die vielen genauen Einzelheiten dieses Autors, die vielen Beschreibungen von unsichtbaren Dingen, die

oft nicht einmal in Wirklichkeit denkbar sind, unnütze Anstrengungen einer fruchtbaren Einbildungskraft sind, die sich weit von der positiven Betrachtung der Tatsachen entfernt?

Wir antworten darauf: Weismann hat mit Hilfe einer systematischen Konstruktion von Bildern einige Tatsachenhypothesen auf dieselbe Weise gefunden, wie Maxwell gewisse Beziehungen der Elektrizität und des Lichtes vorausgesagt hat mit Hilfe eines Modells aus einer Theorie, die selbst nicht durchaus eine Tatsachenhypothese war. Wir legen diesen Ansichten nicht eine positive Bedeutung bei, die sie nicht haben; wir trennen auch kritisch das, was daran physikalische oder biologische Hypothese ist, von dem, was lediglich vorstellungsmäßigen oder psychologischen Wert hat. Aber wir verkennen nicht, daß eine solche Trennung gewöhnlich nur möglich ist, *nachdem* die Theorie ihren Dienst getan hat, und vor allem leugnen wir nicht darum die Wichtigkeit eines im konstruktiven Stadium einer Wissenschaft allgemein üblichen Verfahrens, weil es nicht von Anfang an die Merkmale einer positiven Erkenntnis aufweist.

Auch die wissenschaftliche Konstruktion ist ein Faktum, das in seiner psychischen Realität studiert werden muß, und dessen Erkenntniswert man zugeben muß, sofern durch sie positive Fragen irgendwie geklärt oder gelöst werden!

§ 25. Psychologischer Positivismus.

Eine Lehre, die aus dem Begriff des Faktums das vorstellungsmäßige Element eliminiert, kann für eine eigene Wissenschaft von den Vorstellungen keinen Raum bieten.

Wir dürfen uns daher nicht wundern, in dem System Comtes eine Verwerfung der Psychologie zu finden und

den Versuch sie auf ein Kapitel der Physiologie zu reduzieren. Vergeblich erweckten die neuesten Entwickelungen von Helmholtz, Fechner, Weber, Wundt usw. die Hoffnung, das positivistische Ideal verwirklicht zu sehen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen haben uns allerdings eine höchst wertvolle Analyse der Sinnesempfindungen geliefert; morgen vielleicht werden sie zu noch verborgeneren Erscheinungen vordringen; die Assoziationen der sinnlichen Bilder, die Gehirnprozesse, die den höheren Tätigkeiten entsprechen, werden durch sie aufgeklärt werden. Die physiologische Methode kann so zu einem wichtigeren Hilfsmittel für das Studium der psychischen Grundtatsachen werden.

Aber das Unternehmen, die psychologische Erkenntnis auf diese Analyse zu beschränken, stößt auf ähnliche Schwierigkeiten, wie sie sich der Reduktion der Physiologie auf Physik entgegenstellten. Die psychologische Synthese entwickelt andere Beziehungen als jene Elemente: die psychologische Verknüpfung der Erscheinungen ist eine andere als diejenige, die dem Gesichtspunkt der Physiologie entspricht.

Deshalb wird stets neben der physiologischen Psychologie Raum vorhanden sein für eine *Beobachtungspsychologie*, die von der englischen Schule seit Locke in positivem Sinne betrieben wird; diese vergleichende Wissenschaft, die die von Clifford als ejektiv bezeichnete Methode befolgt, wird von Darwin, Spencer, Romanes usw. auf die psychischen Äußerungen der Tiere ausgedehnt und gelangt schließlich dahin, unter diesem Gesichtspunkt die sämtlichen primitiven Lebenserscheinungen zu untersuchen (Psychologie der Protisten von Verworn).

Vor allem aber bleiben die eigentlichen Objekte der Psychologie die Gefühls- und Verstandesäußerungen des

Menschengeistes: Wissenschaft, Kunst, Religion, Sprache, Recht usw.

Nehmen wir einmal an, der physiologische Mechanismus der musikalischen Erfindung sei vollkommen aufgeklärt: dem Rhythmus entsprächen gewisse Variationen nervöser Tonalität, Veränderungen des Blutdrucks, anabolische und katabolische Erscheinungen usw.; wäre wohl das künstlerische Schaffen Beethovens auf diese Weise erklärt?

Es sei dem Physiologen zugestanden, daß er die Gesamtheit der Gehirnvorgänge charakterisiert hat, die einem logischen Schluß entsprechen, was trägt eine solche Erkenntnis bei zum Verständnis des Gedankenprozesses, der einen Newton auf seine unsterbliche Entdeckung führte?

Wir verlangen etwas anderes von der Erklärung dieses Prozesses; es handelt sich um Beziehungen, zu deren Verständnis wir auf Kepler und Galilei und noch weiter zu den Vorläufern der Mechanik in der alexandrinischen Schule zurückgehen müssen. Das sind weit voneinander getrennte Gehirne, in denen sich physiologisch ganz getrennte Vorgänge abgespielt haben; und ihre von uns geforderte Synthese muß diese Vorgänge in die Sprache des Gedankens übersetzen, nicht den Gedanken in die Sprache der Physiologie.

Untersuchen wir einmal die Entwickelung der Sprachen. Die Sprachwissenschaft, das vergleichende Studium der Grammatik ergeben die Gesetze, nach denen sie sich verändern wie lebende Organismen; diese Gesetze beziehen sich zum Teil auf phonetische Elemente, zum Teil auf begriffliche. Und da die Wirkung einer großen Anzahl sehr verschiedener Erscheinungen zwischen den Wirkungen der einzelnen einen Mittelwert bildet, so erscheint es nicht ungereimt in einigen von ihnen die Spuren physiologischer Ursachen zu suchen.

Aber wer sähe nicht, wie töricht die Annahme wäre, daß die Sprachwissenschaft sich eines Tages auf das Studium der Brocaschen Gehirnwindung reduzieren könnte?

Ohne noch weitere Beispiele anzuführen, halten wir die Behauptung für hinreichend geklärt, daß das physiologische Mittel niemals verwechselt werden darf mit dem Zweck der psychologischen Forschung, d. h. *einer Erkenntnis, die die in diesem Gebiete geforderten Voraussagungen zu leisten vermag.*

§ 26. Der Positivismus in Geschichte und Soziologie.

Die Stellung Comtes zu den historischen und soziologischen Wissenschaften ist ziemlich merkwürdig, denn die besonderen soziologischen Ansichten des Meisters scheinen dem indirekten Einfluß zu widersprechen, den der Geist des Positivismus auf diesen Gebieten ausübt.

Das Bestreben, die Tatsachen sicherzustellen, macht die historische Untersuchung zur Grundlage der soziologischen Wissenschaften und verbessert die Methode jener Untersuchung durch die Quellenkritik. Daraus folgt, daß das historische Faktum in seiner Objektivität als unabhängig von der traditionellen Darstellung aufgefaßt wird, entkleidet alles dessen, womit die künstlerische Einbildungskraft es umgibt, in der noch lebendigen Wirklichkeit seiner materiellen Spuren, die von den vielfältigen und zahlreichen Dokumenten gebildet werden.

Aber gegenüber der hieraus sich ergebenden Spezialisation der Forschung hat Comte auch hier die Notwendigkeit der Synthese betont. Wenn er nun auch hierin mit seinen übrigen Ansichten in Übereinstimmung bleibt, so scheint dies doch nicht in gleichem Maße der Fall zu sein, wenn er diese Synthese an das *Gesetz der drei Stufen* knüpft.

Die Erklärung des sozialen Fortschritts aus der Entwickelung der Erkenntnis aus der theologischen Phase zur metaphysischen und zur positiven, die Unterordnung der Tatsachen unter eine ideologische Darstellung, widerstreiten dem Bestreben, systematisch alle symbolischen Darstellungen zu eliminieren.

Die mildeste Kritik, die man daran üben kann, besteht in der Bemerkung, daß die Ausarbeitung einer soziologischen Wissenschaft den Durchgang Comtes durch das metaphysische Stadium erforderte!

Eine weitere Entwickelungsstufe kann man in der Tat in der ökonomischen Lehre finden, die heutzutage unter dem Namen des „*historischen Materialismus*" bekannt ist. Diese dem Geiste des Positivismus vollkommen entsprechende Lehre gibt heute ein wichtiges leitendes Kriterium der historischen Forschung ab, indem sie einmal eine Auswahl der für gewisse Interessen notwendig zu untersuchenden Fakta gestattet und diese anderseits durch neue bemerkenswerte Beziehungen verknüpft.

Betrachtet man aber den historischen Materialismus als systematische Ansicht, die andere geschichtliche Faktoren und besonders die ideellen eliminiert oder übergeht, so zeigt sich die Notwendigkeit einer Kritik, die dem psychologischen Element seinen Platz wieder anweist. Gegenüber der Behauptung, daß die Willensäußerungen auf sozialem Gebiete und die Ideen, von denen sie beeinflußt scheinen, in Wahrheit durch den Druck der ökonomischen Forderungen bestimmt werden, steht die Gegenbehauptung, daß die wirtschaftlichen Beziehungen ihrerseits auf viele verschiedene Weisen willkürlich verändert werden, z. B. durch Rechtseinrichtungen.

Diese können als *historische Gebilde* nur verstanden werden, wenn man die realen und *idealen Faktoren des*

Rechtes zugleich betrachtet; und wenn man in der *begrifflichen Form* desselben eine Vereinigung der Normen erblickt, die als Ausfluß eines als stetig vorausgesetzten Willens angesehen werden, der ein „Reich der Gleichheit" garantiert und danach strebt sich *durch Analogie auszudehnen*, so daß bei der Entscheidung von Interessenkonflikten eine *Ökonomie des Wollens* zustande kommt.

§ 27. Die positiven Ziele, die man einer Theorie der Wissenschaft stecken kann.

Wir haben in der vorstehenden Kritik einige der positivistischen Schule eigentümliche Ansichten herauszuheben versucht, die den Begriff der wissenschaftlichen Realität auf den objektiven Bestandteil beschränken, da, wo es dem richtig verstandenen Geist des Positivismus gemäß erscheint, auch den subjektiven in Betracht zu ziehen.

Im physikalischen und biologischen Gebiete bezieht sich das subjektive Element auf die Darstellung der Tatsachen und hat besondere Wichtigkeit bei der Erwerbung der Erkenntnis.

Im Gebiete der psychologischen und sozialen Wissenschaften bildet dieser Bestandteil einen viel wesentlicheren Teil des zu erklärenden Faktums, insofern als sich an ihn die *Voraussagen* knüpfen, die den Gegenstand der Erkenntnis bilden.

Die Unterscheidung von Subjektivem und Objektivem hat übrigens nur relativen Wert, und die Betrachtung des Ganzen der Erkenntnis führt zur Verschmelzung der Gesichtspunkte von Physik und Psychologie, indem sie schon in der ersten etwas Psychologisches hervortreten läßt.

Da aber die vorstehenden Bemerkungen die Aufgabe einer Kritik erklärt haben, die in der Wissenschaft Sub-

jektives und Objektives trennt, indem sie zeigten, daß diese Kritik einen allgemeinen Faktor bei dem Fortschritt der Wissenschaft bildet, so sehen wir jetzt aus dieser Kritik sich die großen Probleme der *positiven Erkenntnislehre* erheben, und wir verstehen Bedeutung und Zweck dieser Lehre.

Vor allem müssen die Kriterien festgestellt werden für unseren Begriff der objektiven Realität im Gegensatz zu der Illusion und der Sinnestäuschung. Die wahrhaft positive Entwickelung einer solchen Untersuchung müßte eine reiche Anwendung der Theorie auf dem Gebiete der Beobachtungs- und Experimentiertechnik gestatten: die Korrektur des *persönlichen Fehlers* bei astronomischen und geodätischen Messungen bietet dafür ein lehrreiches Beispiel.

Aber neben dem, was das Sinnesorgan gibt, finden sich im Prozeß der Erkenntnis auch die Daten der psychischen Verarbeitung.

Der ursprüngliche Begriff der Realität erweitert und ergänzt sich; das rohe Faktum entwickelt sich und nimmt die Eigenschaften der wissenschaftlichen Tatsache an. Wie geht dieser Prozeß vor sich, wie und wie weit kann man dabei subjektive und objektive Elemente unterscheiden? Was bleibt dann noch willkürlich in der Wissenschaft, und welche Bedeutung ist dieser Willkür beizumessen?

Die Analyse des Tatsachenbegriffs wird uns zuerst zu dem allgemeinen Resultate führen, daß die wissenschaftliche Erkenntnis sich in Begriffen zu vollziehen strebt, und sie wird uns dadurch einige Grundkriterien für die Bewertung wissenschaftlicher Theorien an die Hand geben.

Nun werden wir in der Begriffsbildung nicht nur (in Übereinstimmung mit Mach) eine *Denkökonomie* finden, sondern auch eine *psychologische Entwickelung*

nach einem bestimmten Punkte hin; das Studium dieser Entwickelung wird uns dann veranlassen einerseits die *Probleme der Logik* zu diskutieren, anderseits die *Erwerbung der allgemeinsten Begriffe* der Geometrie und der Mechanik, ihre wirkliche Bedeutung und ihre fortschreitende Erweiterung. Diese ersten *Probleme der Wissenschaft* sollen nach unserer Absicht eine *Einleitung* in die positive Erkenntnislehre bilden.

Hier wollen wir noch die zweifache Ansicht ins Licht setzen, nach der man eine solche erkenntnistheoretische Wissenschaft betrachten kann, je nachdem man sie vom logischen oder vom psychologischen Standpunkt betrachtet.

Nach der ersten Ansicht, die den Naturwissenschaften eigentümlich ist, bezieht sich die Kritik auf das Reale und untersucht es als Gegenstand des Wissens unabhängig von den Fehlerquellen, die von der Schwachheit des menschlichen Verstandes herrühren. Die so verstandene Erkenntnislehre ist eine Ergänzung der eigentlichen Logik, deren Begriff man nach der strengen Bedeutung des Wortes einschränken muß, damit die Beschäftigung mit der formalen Widerspruchslosigkeit des Raisonnements nicht den Blick trübe für die klare Erkenntnis der empirischen Grundlagen der Tatsachenerkenntnis.

Wenn es Aufgabe der Logik ist, den strengen Rahmen der Beweise und Definitionen zu konstruieren, so bleibt noch Raum für eine Untersuchung, die den Prozeß erforscht, durch den sich das unbearbeitete Material der Sinneswahrnehmungen in einen solchen Rahmen einfügen läßt. Im übrigen beschränkt sich die rein logische Prüfung auf ein formales Urteil, indem sie Fehlschlüsse verwirft und verbietet mit schlecht definierten Begriffen zu operieren; aber auch in diesem Gebiete wird erkenntnistheoretische Kritik geübt, und für sie bildet

jedes, wenn auch unvollkommene Verfahren einen Versuch und im allgemeinen auch einen Schritt näher zur Wirklichkeit und hat in diesem Sinne einen Wert, der nicht vernachlässigt werden darf.

Um dies etwas deutlicher auszudrücken, wollen wir sagen, daß die Logik den idealen Weg zeigt, auf dem der Fortschritt der Wissenschaft vor sich gehen soll, während die positive Erkenntnislehre seinen wirklichen Weg aufzeichnet; in das Gebiet der ersten fallen nur die Methoden der Begründung (und zwar nach unserem Begriff der formalen oder analytischen Begründung), während der zweiten auch die Methoden der Auffindung angehören.

Hieran schließt sich die Betrachtung der Erkenntnistheorie vom psychologischen Gesichtspunkt. Das Verfahren des menschlichen Geistes, abgesehen von der Übereinstimmung des erreichten Ergebnisses mit der Wirklichkeit muß den Gegenstand einer besonderen Untersuchung bilden; dieselbe findet mit Hilfe der veränderlichen Elemente die subjektiven Daten in der Darstellung des Faktums und wirft so ein Licht auf die psychische Tätigkeit des Erkennens.

Die beiden Untersuchungen vereinigen sich in bezug auf die Wissenschaft zu einem gemeinsamen Ziele: einer fortschreitenden Trennung der subjektiven von den objektiven Bestandteilen in den verschiedenen Arten der Erkenntnis und ein vergleichendes Urteil über die wissenschaftlichen Theorien nach den gesicherten Tatsachen, die sie erklären und zusammenfassen und nach den Entdeckungen, die sie zu suggerieren fähig scheinen.

Von den modernen Gelehrten scheint vor allem Helmholtz einen klaren Blick für die Aufgabe gehabt zu haben, die die Erkenntnislehre für die Wissenschaft zu erfüllen berufen erscheint.

Es ist einer seiner Ruhmestitel, ausgesprochen zu haben, daß die Diskussion jeglicher Art wissenschaft-

licher Fragen schließlich auf erkenntnistheoretische Probleme hinausläuft. Aber man wird nicht eher über die Nützlichkeit der Behandlung dieser Probleme in einem allgemeinen Sinne richtig urteilen können, als bis die positive Erkenntnistheorie unabhängig von allen philosophischen Kontroversen durch die gemeinsame Arbeit aller Jünger der Wissenschaft aufgestellt sein wird.

Dann erst wird sich zeigen, wie lehrreich die Diskussion einer Theorie sein kann für die Beurteilung einer anderen, die sich auf ein anderes Tatsachengebiet bezieht, und wie z. B. dem Biologen mehr noch als das Studium der *Ergebnisse* der Physik die Kritik ihrer Untersuchungsmethoden und des Gehaltes ihrer Theorien vom erkenntnistheoretischen Standpunkt nützen kann.

Indessen geht die Wichtigkeit solcher Untersuchungen bereits aus dem hervor, was bis jetzt in diesem Sinne geleistet worden ist. Vor allem erscheinen einige positive Ergebnisse der Kritik heutzutage in immer hellerem Lichte dank der Arbeit von Denkern, die sie fortschreitend von der Unbestimmtheit zu befreien suchen, welche den früheren philosophischen Spekulationen, die den Keim dazu enthalten, anhaftete. Eine verheißungsvolle Aussicht für den, der sich solchen Untersuchungen zuwendet!

§ 28. Die Methoden: die geschichtliche, die psychologische, die wissenschaftliche.

Damit die erkenntnistheoretische Arbeit auf allen Wissensgebieten sich schneller und eifriger vollziehe, gemäß den Erfordernissen eines gesunden Fortschritts, muß man durch strenge Kritik eine scharfe Trennung herstellen zwischen dem besonderen Gegenstand der Erkenntnislehre und den mannigfaltigen Gegenständen,

die in das Gebiet der Philosophie im weitesten Sinne des Wortes fallen.

Man kann auf drei Wegen an die Probleme der Erkenntnis herankommen:

Vor allem durch die Geschichte des Denkens, wie es in unserem Lande allgemein üblich ist.

Aber diese Methode kann nicht wahrhaft fruchtbar sein, wenn man nicht bei dem Studium der Ideen die Entwickelung ihrer Konsequenzen in den einzelnen Wissenschaften berücksichtigt.

Wir haben schon gesagt, was wir uns für einen Begriff von der Philosophie machen, daß wir in ihr ein Streben des Menschengeistes nach Einheit und Allgemeinheit in den Erkenntnissen und in den Zwecken erblicken. Wir haben auch bemerkt, daß dieses Streben sich gleichermaßen zeigt in dem Aufbau der Wissenschaft und in den poetischen Träumen einer nicht von lebendigem Gefühl für die Wirklichkeit gezügelten Einbildungskraft. Übrigens fehlt auf diesem Gebiete eine scharfe Trennung, so daß die Entstehung einer Wissenschaft sich nicht allzusehr von einem jener Halbträume unterscheidet, wie man sie kurz vor dem Erwachen hat.

Hieraus erhellt die Gefahr einer historischen Vorbereitung, die sich lediglich auf das unscharf begrenzte Gebiet der Philosophie bezieht. Ein gesunder Geist gelangt auf diesem Wege leicht zu jener Form des Skeptizismus, die jedem Gedanken den gleichen Wert beimißt, sofern er nur eine gewisse Übereinstimmung mit sich selbst aufweist.

Dieser Standpunkt mag für eine Geschichtsforschung angemessen sein, für die jede Philosophie ein Anzeichen für eine Richtung des menschlichen Geistes und unter diesem Gesichtspunkt ein interessantes Untersuchungsobjekt bildet. Aber er ist gefährlich für die Wissenschaft, in der es vor allem darauf ankommt, die Wahrheit vom

Irrtum zu unterscheiden. Und sie kann leicht die Flamme ersticken, die im Philosophen der Entdeckungseifer entfacht.

Aber auch abgesehen von der eben erwähnten Gefahr zeigen viele Beispiele, daß für das Studium der Fragen der Erkenntnis die bloße Betrachtung der allgemeinen im Gebiete der Philosophie erörterten Ideen unzureichend bleibt. Deshalb muß die Geschichte der Philosophie, wenn sie für die Lösung der Erkenntnisprobleme von Nutzen sein will, sich mit der Geschichte der Wissenschaft ergänzen, so wie diese von denjenigen Männern aufgefaßt wird, die mehr als das Leben der Entdecker die Entwickelung der Gedanken und die Reihe der Entdeckungen verfolgen.

Es handele sich z. B. darum, den Wert der Unterscheidung von *Quantität* und *Qualität* zu diskutieren.

Für Kant steht diese Unterscheidung subjektiv a priori fest. Stuart Mill hat diese Ansicht wieder aufgenommen, indem er sie auf eine, wie mir scheint, klarere Form brachte: die Unterschiede, die in verschiedenartigen Wahrnehmungen wurzeln, können nicht quantitativ verglichen werden, d. h. sie gehören qualitativ irreduzibeln Erkenntnissen an.

In diesem Sinne sind qualitativ nicht aufeinander zurückführbar Wärme und Bewegung, Elektrizität und Licht.

Wie verhalten sich solche Behauptungen zu dem cartesischen Prinzip, daß in der physischen Welt alles durch Ausdehnung und Bewegung *erklärbar* sein muß?

Die Prüfung der philosophischen Kontroverse kann nur zu folgendem allgemeinen Schluß führen: wenn auch die qualitativen Unterschiede sich den quantitativen eines einheitlichen Prozesses zuordnen lassen, so wird doch die Erkenntnis der Tatsachen durch eine solche *Erklärung* nicht erschöpft; so kann z. B. die Erkenntnis

der Lichterscheinungen sich nicht in dem Kapitel der Optik erschöpfen, das die mechanische Theorie des Lichtes im strengen Sinne enthält.

Aber in der positiven Wissenschaft wird die Frage in anderer Weise gestellt. Da wird gefragt, ob die qualitativ verschiedenen Erscheinungen der physischen Welt sich irgendwie durch einen einheitlichen Prozeß darstellen lassen, der ein Modell von ihnen liefert, und in dem nur quantitative Unterschiede in Betracht kommen (vgl. Kap. VI).

Wir fahren nun fort in der Übersicht über die Methoden, die unserem Zwecke dienen.

Der historischen Methode kann man in gewissem Sinne die physiologisch-psychologische, wie sie Helmholtz im Auge hatte, entgegensetzen.

Die Untersuchung der Entwickelung der Erkenntnisse nicht mehr in der Erscheinungsreihe, die die Geschichte von ihnen bietet, sondern vermittelst des Studiums der Sinnes- und Verstandesorgane scheint der direkte Weg zur Lösung der erkenntnistheoretischen Probleme zu sein.

Aber wir haben schon auf die Schwierigkeiten einer solchen physiologischen Untersuchung hingewiesen, und ohne den Wert einiger Resultate schmälern zu wollen, die aus der Analyse der Sinnesempfindungen hervorgegangen sind, müssen wir doch wiederholen, daß es noch eine andere Art der Verknüpfung gibt, auf die hin die psychologischen Objekte und besonders diejenigen, auf die sich unsere Untersuchung bezieht, vor allem erforscht werden müssen.

Im Hinblick auf diese Verknüpfungen erscheint auch die entwickelungstheoretische Methode in der Psychologie, wenigstens so wie sie von Spencer verstanden wird, als unzureichend zu einer wirklichen Erklärung der Erkenntnisprobleme; weniger wegen der ausschließlich epigenetischen Ansichten dieses Philosophen als wegen

des besonderen Charakters der Fragen selbst, um die es sich handelt.

Der Prozeß der Erkenntnis, wenngleich er das Resultat einer stetigen Entwickelung ist, weist doch qualitative Diskontinuitäten auf. D. h. an einem gewissen Punkte der psychologischen Entwickelung kann ein geistiger Faktor für die Erkenntnis eine Bedeutung gewinnen, die er vorher in keinem Grade besaß. Im übrigen bleibt die Entwickelungspsychologie, da sie sich mit den einfachsten Erscheinungen beschäftigt, weit entfernt von dem eigentlichen Objekt der Erkenntnislehre, die die Entstehung der höchst entwickelten Wissenschaft aufklären will.

Eine dritte Methode, die sich für das Studium der erkenntnistheoretischen Probleme als fruchtbar erwiesen hat, besteht in der direkten kritischen Prüfung der Wissenschaft, die dabei selbst als das zu erklärende Faktum angesehen wird.

Es ist dies eine Methode der Beobachtung und Vergleichung ähnlich denen der Naturwissenschaften.

Es ist übrigens besser, die Erkenntnis auf ihrer höchsten Entwickelungsstufe zu betrachten, als die vulgäre.

Der Botaniker, der es schwer findet, in dem Embryo die Bestandteile zu unterscheiden, braucht die Pflanze nur wachsen zu lassen, um jene in reinlicher Trennung vor sich zu haben. In ähnlicher Weise zeigt die wissenschaftliche Entwickelung der Begriffe die Bedeutung der physischen und psychischen Elemente, aus denen sie hervorgegangen sind.

Das wurde dem Autor dieser Schrift zum erstenmal an der Geometrie klar, als er drei Zweige dieser Wissenschaft sich von dem gemeinsamen Stamme abzweigen sah, die zusammen eine vollständige Verarbeitung der Daten der verschiedenen Sinne darboten, aus denen die Raumvorstellung entspringt. Doch ist hier nicht

der Ort, diese Frage, die den Gegenstand eines besonderen Kapitels bilden wird, beiläufig abzuhandeln.

Wir wollen nur dem, was wir oben über die wissenschaftliche Methode gesagt haben, hinzufügen, daß es nicht genügt, die allgemeinen Resultate der Wissenschaft zu betrachten und in einer Synthese zu koordinieren, sondern man muß an ihnen entsprechend den oben definierten Zwecken der Erkenntnistheorie in logischer und in psychologischer Hinsicht Kritik üben.

So hat gerade in Ermangelung einer solchen Kritik der Positivismus Auguste Comtes die Probleme der Erkenntnis in keiner Weise beantwortet, obgleich die Erneuerung der Philosophie durch die Wissenschaft der große Gedanke des Meisters war. Daher erscheint ihm der englische Positivismus der Stuart Mill, Bain, Lewes usw. überlegen, wenngleich diese Philosophen vielleicht keine so umfassende und tiefe Auffassung von den einzelnen Wissenschaften besaßen.

Unser Schluß kann nicht in einer Ausschließung einer Methode und in der Zubilligung eines ausschließlichen Vorzugs für eine andere bestehen.

Das Studium der Wissenschaft als „Faktum" muß sich die Lehren der Geschichte so gut wie die Ergebnisse der Psychologie zunutze machen.

Aber vor allen Dingen kommt es darauf an, daß die Erkenntnistheorie selbst als eine wahrhafte positive Wissenschaft aufgefaßt wird; d. h. daß ihre Jünger sich bestimmte Probleme stellen und sie mit möglichst strengen Methoden zu lösen suchen. Mag, wer da will, seiner Einbildungskraft freien Lauf lassen und sich den metaphysischen Träumen hingeben. Aber diese Poesie erhabener Geister, die als Ausdruck für ein Bedürfnis der menschlichen Seele sich immer wieder erneuern wird, soll ihre Zügellosigkeit nicht in die positive Erkenntnislehre, die ihr fremd bleibt, hineintragen.

Die letztere hat einen realen Gegenstand zu erklären und daher wirkliche Probleme zu lösen, die nicht abhängen dürfen von den unbeständigen Meinungen der Philosophen und von den *sozialen* Interessen, die diese leiten.

Jene werden sich davon in gewissem Maße befreien können, wenn sie sich entschließen systematisch alles auszumerzen, was mit den transzendenten Verfahrungsarten der Vernunft zusammenhängt.

Die Untersuchung, die die *Probleme der Wissenschaft* lösen will, ist derselben logischen Bedingung unterworfen, die alle Zweige des Wissens erfüllen müssen, in denen es sich irgendwie um „Tatsachen" handelt.

Es erscheint möglich, daß sich die Fachleute innerhalb dieser Grenzen unabhängig von der Metaphysik über die Begründung einer positiven Erkenntnislehre einigen, die dann ihrerseits wieder zu jener gemeinsamen wissenschaftlichen Arbeit beitragen wird, die wir als Mittel zu einem höheren Fortschritt herbeisehnten.

Kapitel II.

Tatsachen und Theorien.

§ 1. Traum und Wirklichkeit.

Aus den arabischen Novellen, die unter dem Titel „Tausend und eine Nacht" überliefert sind, kommt uns jene in Erinnerung, in welcher das merkwürdige Abenteuer erzählt wird, das einem „erwachten Schläfer" zustößt.

Auf Befehl des Kalifen von Bagdad wird Abu Hassan, nachdem man ihn durch ein Narkotikum eingeschläfert hat, in den Palast gebracht und an die Stelle seines Herrn gesetzt, der, um sich ein Vergnügen zu machen, ihn in den Glauben versetzen will, er sei der Kalif.

Der arme Mann erwacht inmitten eines mit herrlichen Reichtümern ausgeschmückten Zimmers, umgeben von einem Kranz von Frauen, die in den Händen verschiedene Musikinstrumente halten, bereit sie erklingen zu lassen, und von schwarzen, prächtig gekleideten Eunuchen, alle in respektvoller Haltung. Als er den Blick auf seine Decke wirft, bemerkt er, daß sie von Goldbrokat auf rotem Grunde und mit Perlen und Diamanten verziert ist; in der Nähe des Bettes gewahrt er ein Gewand aus demselben Stoffe, schimmernd von Edelsteinen und auf einem Kissen neben ihm ein Kalifenbarett.

Durch einen solchen Anblick wird Abu Hassan in äußerste Verwirrung versetzt. „Ich bin also Kalif", sagt er zu sich selbst; doch sogleich verbessert er sich: „Ich darf mich nicht täuschen, ich träume ja." Aber als er die Augen wieder schließt um zu schlafen, reden

ihn die Eunuchen respektvoll an und rufen ihn mit dem Namen des Herrschers „Herr der Gläubigen".

Überrascht von den gehörten Worten und im Entzücken befangen über den Anblick, zu dem sie ihn zurückrufen, wird er doch von Zweifeln gepeinigt: „Wie in aller Welt ist es denn möglich, daß ich nicht zu unterscheiden vermag, ob ich träume oder meinen gesunden Verstand besitze?" Darauf winkt er einer der Frauen, näher zu kommen und spricht, indem er ihr seine Hand entgegenstreckt: „Hier, beißt mich in den Finger, damit ich weiß, ob ich träume oder wache." Und sobald jene, dem empfangenen Befehl gehorchend, die Spitze seines Fingers, den er hingehalten hat, leise mit den Zähnen berührt, zieht Abu Hassan rasch die Hand zurück, indem er ausruft: „Ich wache wirklich!"

Es liegt in dieser Schilderung ein wirklicher philosophischer Geist. Denn wir sehen in Abu Hassans Verfahren den Weg, den im allgemeinen jeder Mensch einschlägt, der sich über irgendeinen Eindruck klar werden will, wenn er Grund hat, zu zweifeln, daß ihm wirklich ein realer Gegenstand entspricht.

In ähnlichen Fällen, sei es beim Erwachen aus einem Traum, sei es wenn irgendeine ungewöhnliche Erscheinung den regelmäßigen Gang unserer Erwartungen stört, suchen wir diesem passiven Geisteszustand, in dem alle Illusionen gedeihen, zu entfliehen, dadurch, daß wir uns zwingen, irgendeine neue Empfindung, die uns im voraus bekannt ist, willkürlich hervorzurufen. Wir urteilen dann nach dieser, indem wir ihre Übereinstimmung mit der vorherigen Erwartung feststellen.

§ 2. Sinnestäuschungen.

Einige Beispiele lassen den hohen Grad von Allgemeinheit erkennen, der der vorstehenden Bemerkung zukommt.

Ein einjähriges Mädchen findet schon Vergnügen daran, sich im Spiegel zu sehen. Ich mache mir zuweilen den Spaß, es hinter denselben zu führen; dann ist es sicher, das Bild, das ihm eben erschien, zu sehen und bereit, es mit den Händen zu greifen. Da nun da nichts mehr ist, ist es sprachlos vor Erstaunen.

Dann will ich den Versuch wiederholen; noch einmal, wenn auch unsicherer, schickt es sich an, nach seinem Bild zu greifen. Aber wir müssen von neuem anfangen, denn in dem Maße, wie seine Unruhe schwindet, wächst sein Vergnügen an dem Spiel.

Endlich, da es sieht, daß unter denselben Bedingungen sich immer der gleiche Vorgang abspielt, lacht es über die Täuschung, der es nicht mehr traut.

Die Reisenden, die in den endlosen Ebenen der Sandwüste marschieren, erfahren am eigenen Leibe, auf ganz ähnliche Weise, was die Fata Morgana ist.

Durch eine Lichtbrechung, die, wie Monge erkannte, von dem sehr stark verdünnten Zustand der unteren Luftschichten abhängt, sieht man zuweilen deutlich die direkten und umgekehrten Bilder von Gegenständen, die unter dem Horizonte sind. So erscheint den verdursteten Reisenden der Horizont von einem großen Überschwemmungsgebiet begrenzt, jeder Sandhügel macht zusammen mit seinem Spiegelbild den Eindruck als sei er von Wasser umgeben. Aber wenn nun die Unglücklichen nach einem beschleunigten Marsch die Stelle erreichen, wohin sie der verführerische Anblick wie ein süßes Versprechen gelockt hatte, was entdecken sie anderes als dürres Erdreich und glühenden Sand?

In der Optik kommen noch verschiedene ähnliche Fälle von Täuschungen vor, die unter verschiedenen Gesichtspunkten ebenso den Physiker wie den Physiologen interessieren.

In diesen Fällen ist es immer leicht, den Fehler zu entdecken durch eine eigens dazu angestellte Probe, die dann eine entscheidende Antwort gestattet. Die Hauptsache ist, die Bedingungen zu verändern, unter denen die Erscheinung eintritt, was am sichersten dadurch zu erreichen ist, daß man an Stelle des Gesichts einen anderen Sinn, z. B. den Tastsinn als entscheidende Instanz benutzt.

Aber man kann sich von einer optischen Sinnestäuschung auch Rechenschaft geben, ohne das Gebiet der visuellen Erfahrung zu verlassen, wie es gerade bei den oben erwähnten Beispielen geschieht. Es genügt in jedem Falle, die Bedingungen zu studieren, unter denen die Gesichtswahrnehmung eintritt, und das zu entdecken, was man ändern muß, um die Fehlerquelle zu beseitigen.

Übrigens kann nicht nur das Gesicht, sondern jeder Sinn sich unter bestimmten Umständen täuschen.

Das Ohr fällt einer Täuschung anheim bei dem bekannten Phänomen des Echos, die aber leicht festzustellen ist, indem man in geeigneter Weise den Platz wechselt.

Der Tastsinn selbst, in den wir das blindeste Vertrauen setzen, ist nicht frei von Fehlerquellen, die zum Glück nicht häufig auftreten. Es genügt an den überaus einfachen Versuch zu erinnern, der darin besteht, daß man die beiden Seiten einer kleinen Kugel mit gekreuzten Fingern berührt, man glaubt dann zwei Kugeln statt einer anzufassen.

§ 3. Das Kriterium der Wirklichkeit.

Die Analyse der Verfahrungsarten, die wir anwenden, wenn es sich darum handelt, über die Wirklichkeit zu entscheiden, zeigt uns, was zu unserem Glauben an ein

wirkliches Faktum vorausgesetzt wird. Sie hilft uns so die Eigenschaften des Wirklichen festzustellen und führt uns auf natürliche Weise zu einer *positiven Definition der Wirklichkeit.*

Es zeigt sich in jedem Falle, daß es sich nicht nur um Daten passiver Sinnesempfindungen handelt; es genügt nicht, zu *sehen*, man muß auch sehen, was von einem gewissen Platz aus oder unter den und den willkürlich hergestellten Bedingungen *erschaut wird;* es genügt nicht, zu *hören*, man muß auch hören, was auf die und die andere Weise, wie es uns beliebt, *erlauscht wird* usw. Und es müssen alle die erwarteten Gesichts-, Gehörs- oder Tastempfindungen unter gewissen wohlbekannten Umständen, in die wir uns versetzen, in vorhergesehener Weise nach einer festen Ordnung ablaufen. Wenn auch nur eine von ihnen, die wesentlich zu dem Faktum gehört, fehlt, so zeigt uns die getäuschte Erwartung, daß unser Glaube an das Faktum irrtümlich war.

D. h. *unser Glaube an die Realität eines Dinges setzt eine Gesamtheit von Empfindungen voraus, die aus gewissen, willkürlich hergestellten Bedingungen in unveränderlicher Weise folgen.*

Und da das Erfülltsein dieser Bedingungen selbst wieder den Gegenstand anderer Empfindungen bildet, so setzt der Glaube an die Wirklichkeit im letzten Grunde eine *assoziative Beziehung* zwischen Empfindungen voraus; sei es, daß es sich um eine jener festeren und gewohnteren Verknüpfungen handelt, die wir uns als *Gegenstände* vorstellen, sei es eine jener Verknüpfungen (zweiten Grades), die wir als *Beziehungen zwischen Gegenständen* denken.

Man muß sich dabei gegenwärtig halten, daß der Begriff „assoziative Beziehung zwischen Empfindungen" allgemeiner ist als der, den wir definieren wollen; immer besteht der wahre Charakter der Wirklichkeit in der

„Übereinstimmung der Empfindungen mit der gewollten Erwartung". Also finden wir hierin die positive Definition der Wirklichkeit.

Aber diese Art, sich die Sache vorzustellen, scheint auf den ersten Blick nicht mit der gewöhnlichen Darstellung übereinzustimmen.

Man faßt die Wirklichkeit auf als etwas, das unabhängig von aller Erfahrung sich außer uns befindet, und die Übereinstimmung zwischen gewissen subjektiven Bedingungen und den auf sie folgenden Empfindungen als einen *Beweis* der Realität, die trotzdem nicht aufhört, *an sich zu existieren*, wenn auch jede Verbindung zwischen unserem Geist und der Außenwelt abgebrochen würde.

Denkt man nun darüber nach, wie man ein Dasein *an sich* verstehen soll, so findet man, daß dieser Ausdruck gar keinen Sinn hat, es sei denn, daß man damit sagen will, daß es *dem Willen unmöglich ist, die Empfindungen, die wir auf die Wirklichkeit beziehen, zu ändern*, ohne zugleich die Bedingungen zu ändern, an die sie geknüpft sind.

Wir haben schon Gelegenheit gehabt, daran zu erinnern, daß die moderne Philosophie von dem Streit um das sogenannte Wirklichkeitsproblem erfüllt ist. Der Knoten der Schwierigkeit besteht in der Fragestellung selbst. Wenn man die Wirklichkeit in transzendenter Weise auffaßt und ihr eine absolute Bedeutung für sich zuschreibt, so verfällt man in einen skeptischen Idealismus, indem man vor unseren Augen das Gespenst des Unerkennbaren erstehen läßt. Wenn man diese Bedeutung als sinnlos verwirft, so nähert man sich dem Phänomenalismus Ernst Machs oder der Interpretation, die unser Landsmann G. Vailati dem Idealismus gegeben hat, zweien im wesentlichen gleichwertigen Ansichten. Der so interpretierte Idealismus verdient diesen

Namen gar nicht mehr, denn er schließt keine agnostische Behauptung mehr ein; er ist keine Negation der Wirklichkeit, sondern (wie VAILATI sagt) eine *Definition* derselben.

Aber diese Stellungnahme beseitigt nicht die positive Bedeutung des Wirklichkeitsproblems, bei der es sich darum handelt „einen relativen Unterschied zwischen den wirklichen und den unwirklichen Dingen festzustellen".

Wenn man die Frage (die seit dem Beginn unserer Spekulationen uns als die notwendige Grundlage jeder positiven Konstruktion erschien) unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, so unterscheidet sich unsere Definition der Wirklichkeit von derjenigen MACHS dadurch, daß das Kriterium der Wirklichkeit nicht einfach in die „Empfindung" sondern in die „Empfindung verbunden mit gewissen Willenshandlungen" gelegt wird.

Anderseits geht die wichtige Rolle des Willens gegenüber den passiven Vorstellungen auch aus SCHOPENHAUERS Metaphysik hervor und findet sich unter verschiedenen Gesichtspunkten auch im englischen Empirismus wieder.

Diese Anerkennung beruht auf dem Studium der Aufmerksamkeitserscheinungen und vorzüglich auf den von der physiologischen Psychologie entdeckten Tatsachen der Anpassung der Sinnesorgane und der Rolle der motorischen Nerven. So hat z. B. die physiologische Optik den Anteil aufgeklärt, den die Akkommodation des Auges und seine willkürlichen Bewegungen an dem Sehvorgang haben.

§ 4. Die Voraussetzungen im Begriff der Wirklichkeit.

Wir wollen versuchen, die Definition der Wirklichkeit noch genauer zu formulieren und von da zusehen, wie wir sie erweitern können.

Unser Kriterium betrachtet direkt die Feststellung der Realität in dem Akt, in dem sie sich vollzieht. Nun bleibt aber der Glaube an die einmal konstatierte Wirklichkeit eines Dinges wie an etwas *Invariantes* in unserem Geiste, handle es sich nun um ein materielles Objekt oder um eine Beziehung zwischen solchen. Darin liegt die *Annahme*, daß bei Wiederherstellung der erforderlichen Bedingungen auch die Empfindungen, die wir mit ihnen verknüpft fanden, sich in *unveränderter* Weise wieder einstellen werden.

Im einfachsten Fall läuft diese Annahme auf die Fiktion hinaus, daß wir die gegenwärtige Wirklichkeit *dauernd* von neuem konstatieren können. Es gibt jedoch andere reale Dinge, denen wir ein Dasein in der Zeit zuschreiben; z.B. eine Handlung, eine Bewegung usw., die sich unter bestimmten Umständen wiederholen können. Auch hier erkennen wir etwas Invariantes an, aber in einem weiteren Sinne.

Aber andere Überlegungen zwingen uns diesen Begriff der Wirklichkeit noch mehr zu erweitern.

Wenn es sich um eine Erscheinung handelt, die wir als in der Zeit abgelaufen betrachten, so stellen wir die Frage, ob, abgesehen von der Möglichkeit sie zu reproduzieren, sie in einem gewissen Momente *wirklich stattfand*. Das *historische* Stattfinden eines Ereignisses und die Invarianz einer darin erkannten Beziehung zwischen Bedingungen und Empfindungen scheinen zwei ganz verschiedene Fragen zu sein. Sollte der Unterschied wirklich nicht zu beseitigen sein?

Wir wollen das Urteil aufschieben und uns zu einer anderen Überlegung wenden.

Die Bedingungen eines Ereignisses können nicht immer nach Willkür reproduziert werden; die Schwierigkeiten, die sich dem entgegensetzen, gehen zuweilen bis zur praktischen Unmöglichkeit; manchmal muß man

Umstände abwarten, die gar nicht oder nur teilweise von uns abhängen. In diesen Fällen kann der Glaube an das Faktum nicht in jedem Augenblick in eine Erwartung umgesetzt werden; die Wirklichkeit ist sozusagen nicht immer disponibel. Welchen Wert hat dann aber die Annahme, daß sie zu der gegenwärtigen noch hinzukommt?

Wir wollen einmal überlegen. Die Tatsachen, die in der gegenwärtigen Wirklichkeit enthalten sind, werden von uns willkürlich beschränkt. So sehen wir z. B. Fenster, Türen usw. oder auch die Fassade eines Hauses; Bäume, Pflanzen, Alleen oder einen Garten usw. Kurz die Elemente, die zu verschiedenen Objekten zusammengefaßt werden, können, anders zusammengefaßt, andere Objekte bilden oder auch ein einziges. Und dasselbe läßt sich im allgemeinen über die Beziehungen zwischen den Objekten sagen. Nur eine kleine Anzahl verschiedener Geisteszustände kann sich abwickeln mit jener lebendigen Intensität, die dem „Gegenwart" genannten Zeitintervall zukommt; und innerhalb dieses Intervalls ist der einzelne Gegenstand nicht isoliert, sondern kann verschiedene Verbindungen eingehen. Die Existenz eines realen Dinges in der Gegenwart bringt gerade die Möglichkeit solcher Verbindungen mit sich.

Der Glaube an die Existenz von augenblicklich nicht wahrgenommenen Dingen hat nun folgende Bedeutung: er erlaubt neue *assoziative Beziehungen* zwischen den Elementen unserer Wahrnehmungen herzustellen.

Damit diese Beziehungen hergestellt werden, bedarf es durchaus nicht einer vorhergehenden direkten Konstatierung; sie können vielmehr auf Grund anderer gegebener Assoziationen *angenommen* werden, und sofern ihnen etwas als *unveränderlich* Gedachtes entspricht, bilden sie für uns noch eine *(angenommene) Realität.*

Nur die Art, wie die Erkenntnis erworben wird, ist eine andere für die wirklich angenommenen als für die wahrgenommenen Tatsachen: die Assoziation zwischen gewissen Empfindungen und der Vorstellung gewisser Willensakte entspringt hier unmittelbar aus der *Erinnerung*, in jenem Falle nur mehr oder weniger mittelbar vermittelst einer Verstandeshandlung, die in ihrer höchsten Form ein Raisonnement ist. Aber abgesehen von der Art der Aneignung bedeuten sowohl die wahrgenommene als die angenommene Realität für die Gegenwart und für die Zukunft die *Erwartung gewisser Empfindungen unter bestimmten Bedingungen*, die mehr oder weniger von unserem Willen abhängen.

Wenn es möglich ist, die erforderlichen Bedingungen herzustellen, so konstatieren wir unmittelbar die Empfindungen, die sich daran knüpfen, oder wir gestehen unseren Irrtum ein, wo uns die Erwartung getäuscht hat. Wenn das aber *im Augenblick* nicht möglich ist, so behält unsere Überzeugung ihren Wert, sei es im Hinblick auf eine zukünftige Möglichkeit, sei es insofern die vorausgesetzte Tatsache ihrerseits neue assoziative Beziehungen zur Folge hat, die festgestellt werden und zu einer *mittelbaren Bestätigung* unserer Annahme führen können.

Man muß die problematische Annahme im weitesten Sinne als wesentlich anerkennen für die Wirklichkeit, von der wir leben. Denn im Laufe unseres Lebens treten wir in Beziehungen zu neuen entlegenen, nie besuchten Ländern, zu nie gesehenen Personen, und diese Beziehungen werden ohne direkte Verifikation erschlossen.

§ 5. Die Wirklichkeit des Vergangenen.

Wir sind jetzt in der Lage, die Frage zu beantworten, „in welchem Sinne es möglich ist, in der geschichtlichen

Wirklichkeit eines vergangenen Ereignisses etwas Invariantes zu finden".

Die Erinnerung an das Ereignis, wenn es wahrgenommen wurde, bewirkt schon eine bestimmte assoziative Beziehung zwischen den in die Erinnerung zurückgerufenen Empfindungen. Aber abgesehen von der Wahrnehmung hat die Wirklichkeit des Ereignisses eine Bedeutung, die in die gegenwärtige und zukünftige Wirklichkeit hineinreicht und die (mittels indirekter Assoziationen) gewisse bestimmte Erwartungen nach sich zieht. Unter diesem Gesichtspunkt wird es möglich, für die Vergangenheit Wirkliches von Unwirklichem zu trennen, und die Erinnerungsfehler zu bewerten. Ein trügerischer Eindruck steht, sobald er vergessen ist, in keiner Verbindung mehr mit unserer Welt (abgesehen von gewissen psychischen Reflexen); anders eine Tatsache, diese lebt noch um uns in ihren Spuren durch Beziehungen mit der Gegenwart verknüpft.

In diesem Sinne besteht auch die historische Realität in einem Glauben an eine Folge von Invarianten, sie ist in einem weiten Sinne eine Annahme, ein assoziatives Bindeglied zwischen den gegenwärtigen und den künftigen Empfindungen.

Bisher haben wir auch bei der Betrachtung der Vergangenheit jenes *aktive* Verhalten des Geistes beobachtet, der die Augen auf die Gegenwart und auf die Zukunft gerichtet hält. Aber man darf nicht übersehen, daß ein anderes *kontemplatives* Verhalten gegenüber der Vergangenheit den Ablauf der Gedanken, Empfindungen und Willensregungen in anderer Weise betrachtet. Bei dieser wahrhaft *historischen Betrachtungsweise* werden die Erinnerungen hervorgerufen, um unser seelisches Leben in seinem zeitlichen Ablauf zu rekonstruieren und dadurch in einer *synthetischen Vor-*

stellung die Gefühle wieder zu erwecken, die damit verknüpft sind.

Nun ist diese historische Rekonstruktion für den Erkenntnistheoretiker von Interesse, insofern sie, wenn man sie wissenschaftlich verfolgt, eine genauere Analyse des Begriffs *reproduzierbarer* Empfindungen und Willensregungen gestattet.

In diesem Begriff liegt die Möglichkeit, diese elementaren Daten aus der Gegenwart und aus der Vergangenheit zu vergleichen, d. h. eine frühere Empfindung in einer gegenwärtigen *wiederzuerkennen.* Aber die erwähnte Rekonstruktion zeigt uns, daß dieses Wiedererkennen kein Identitätsurteil ist; daß zum mindesten die Intensität der Empfindungen und der sie begleitende Gefühlszustand in der Erinnerung verblassen; kurz, daß die Elemente unserer Bewußtseinszustände eine charakteristische zeitliche *Individualität* besitzen.

Es scheint, daß gewisse *wissenschaftsfeindliche* Geistesrichtungen in letzter Zeit mit dieser Bemerkung Mißbrauch getrieben haben. Der einzige berechtigte Schluß, den man aus ihr ziehen kann, ist der, daß die Empfindungen und Willensregungen, die als *gleich* betrachtet werden, bei genauerer Betrachtung Unterschiede aufweisen (wer will, mag sie nur *ähnlich* nennen), und daß sie daher als *abstrakte Elemente* in die Wirklichkeit eingehen, d. h. als Repräsentanten gewisser (wiedererkennbarer) Elemente, die *einander* in verschiedenen Komplexen von wirklichen Empfindungen und Willensregungen *entsprechen.*

Will man nun daraus schließen, daß die Erwartungen, die in der Erkenntnis des Wirklichen liegen, und die Bestätigungsproben selbst stets einen *approximativen Charakter* besitzen, weil bei dem Wiedererkennen *bekannter* Empfindungen jedesmal etwas Neues hinzukommt und etwas Früheres verloren geht, so spricht

man damit eine Erkenntnis aus, die weder neu ist noch der Ansicht von der Relativität der *Erkenntnis* widerspricht, die die positive Philosophie mit dem gemeinen Volke teilt.

§ 6. Die psychische Wirklichkeit.

Die *einzigartige* Natur der Annahme psychischer Wirklichkeit verdient beleuchtet zu werden.

Was bedeutet *für mich* die Annahme, daß die anderen Empfindungen, Gedanken, Willensregungen usw. haben? Und in welchem Sinne kann ich hier eine Wirklichkeit erkennen? Wenn wir an anderen gewisse Ausdrucksformen (Handlungen usw.) beobachten und sie mit den ähnlichen Ausdrucksformen eines unserer Bewußtseinszustände vergleichen, oder wenn wir versuchen, uns mit ihnen in eine gewisse *geistige Konsonanz* zu setzen, so daß wir auf ähnliche Reize ähnlich reagieren, so entsteht in uns eine besondere Empfindung oder Vorstellung von den Empfindungen, Gedanken, Willensregungen usw. anderer, die so mit den erwähnten Beobachtungsbedingungen verknüpft ist. Eine solche assoziative Verbindung bildet eine mittelbare Annahme, an die sich gewisse Erwartungen in bezug auf die Handlungen der Menschen und ihre verschiedenen Ausdrucksformen unter besonderen Umständen knüpfen.

Aber die Überzeugung, um die es sich handelt, enthält mehr als diese rein äußerliche Beziehung; es kommen einige Bestandteile hinzu, die die psychologische Supposition von anderen unterscheidet, nämlich:

1. ein besonderer Gefühlswert der „Wahrnehmung" eines fremden Bewußtseinszustandes, z. B. derjenige, der die Wahrnehmung fremden Schmerzes begleitet usw.;
2. eine daraus entspringende Bestimmung oder Beschränkung unseres Willens, vergleichbar derjenigen,

die aus der Unmöglichkeit entsteht, die auf die physische Wirklichkeit bezüglichen Empfindungen zu ändern (§ 3), aber von anderer Art.

Gerade durch diese Eigenschaften nähert sich der psychologische Glaube dem Typus des bereits betrachteten Wirklichkeitsglaubens; schließlich nimmt aber die Wirklichkeit von etwas Psychischem *an sich* eine besondere Bedeutung in Anspruch: die Empfindungen, Gedanken, Willensregungen anderer verändern unseren Willen ähnlich, wie die entsprechenden Elemente unserer eigenen psychischen Welt das tun.

In welcher Weise diese Veränderung zustande kommt, das ist ein Problem, dessen Lösung wir hier nicht unternehmen wollen, deshalb wollen wir auch davon absehen zu untersuchen, ob die gegenseitige Beziehung zwischen den psychischen Zuständen und ihrem äußeren Ausdruck (worauf sich neuere Untersuchungen beziehen) die geistige Konsonanz erklären kann; und ob außerdem eine unmittelbare Wechselwirkung der Seelen aufeinander anzunehmen ist, eine Hypothese, die sich in einigen Fällen von selbst aufdrängt.

§ 7. Die soziale Seite der Wirklichkeit.

Wir wollen die Empfindungen (Gedanken, Willensregungen usw.) anderer als fundamentale Voraussetzung annehmen. Dann erweitert sich der Begriff der Wirklichkeit; durch den „*consensus*“ erhält ihr Kriterium, das wir auf den vorhergehenden Seiten vom individuellen Standpunkt aus anzugreifen gezwungen waren, eine *soziale* Bedeutung. So tritt zu dem Sehen eines erblickten Gegenstandes das Zeugnis anderer, daß sie unter denselben Bedingungen ihn gleichfalls sehen. Dieses Zeugnis setzt sich letzten Endes in das Hinzukommen anderer Empfindungen um, die je nach der Art, wie es

abgegeben wird, verschieden sind; jedenfalls hat es einen besonderen Wert, wenn es nach geeigneten Kriterien, die die Richtschnur der *historischen Kritik* bilden, bewertet wird.

Es ist nicht unsere Absicht, die Prinzipien dieser Kritik zu analysieren. Es genügt folgendes hervorzuheben: die Wirklichkeit, als soziale Gegebenheit aufgefaßt, bedeutet noch immer im letzten Grunde ein Zusammenstimmen von Empfindungen mit willkürlich hergestellten Bedingungen.

Für die menschliche Gesellschaft als Ganzes genommen erweitert sich das Gebiet der Empfindungen und der Gegenstände, auf welche diese sich beziehen; aber diese Mannigfaltigkeit liefert keinen besseren Beweis der Wirklichkeit, wenn der Wille nicht eifriger ist.

Aus diesem Grunde sehen wir, daß es zugleich leichter und schwerer ist, eine Gesellschaft zu täuschen als einen einzelnen Menschen; schwieriger, wenn, wie z. B. in einer wissenschaftlichen Gesellschaft, ein lebhaftes Interesse die Teilnehmer zum Aufpassen und Verstehen veranlaßt; leichter, wenn, wie in einer aufgeregten Menge, der Wille zu zweifeln fehlt und jeder kritiklos die ungenauere Empfindung des anderen als Bestätigung der eigenen ansieht.

§ 8. Halluzinationen.

Die allgemeine Zustimmung tritt zu dem individuellen Wirklichkeitskriterium hinzu und verstärkt die sich daran knüpfende Überzeugung, falls zwischen beiden *Übereinstimmung* stattfindet, zum mindesten bei geeigneter Kritik. Es gibt jedoch einen Ausnahmefall, der nicht mit Stillschweigen übergangen werden darf.

Das Vorkommen von Halluzinationen erschüttert trotz ihrer geringen Anzahl unser Vertrauen, besonders weil ein Analogieschluß uns die Möglichkeit vor Augen

führt, daß wir selbst das Opfer einer Halluzination werden. Es fragt sich, ob in diesem Falle das Kriterium, das wir als Prüfstein der Wirklichkeit betrachteten, geeignet ist, uns über den Irrtum, dem wir ausgesetzt sind, aufzuklären, oder ob und warum es versagt.

Die Frage birgt eine große Schwierigkeit, weil die ejektive Deutung der psychologischen Vorgänge, die sich in einem krankhaften Geisteszustand abspielen, schwer zu hebende Zweifel erweckt.

Jedenfalls kann man zwei Arten von Halluzinationen unterscheiden; die häufigeren, die sich nur auf eine Gruppe von Empfindungen erstrecken, und die vollständigen Halluzinationen, die glücklicherweise ziemlich selten zu sein scheinen.

Im ersten Falle fehlt die Übereinstimmung der Empfindungen untereinander und das Verhältnis des Subjekts zum Objekt der Halluzinationen ist deshalb nicht dasjenige, das der Existenz eines realen Objektes entspricht. Infolgedessen ist es leicht, den Irrtum der Sinne zu erkennen, wenn nicht aus anderen Gründen eine Gehirnaffektion die Möglichkeit zu urteilen ausschließt.

So sind z. B. Leute, die infolge von Alkoholvergiftung an *Delirium tremens* leiden, häufig Gesichtshalluzinationen ausgesetzt; sie sehen zuweilen Weingläser, aber wenn sie die Hand ausstrecken, um sie zu ergreifen, so bemerken sie, daß keine da sind.

In dem durch *Kokain* hervorgerufenen *Delirium* ergreifen die Halluzinationen den Tastsinn; bei den *Paranoikern* sind es mehr Gehörshalluzinationen, die die Kranken an ihre fixe Idee knüpfen, nach der sie dem Leben eine systematisch verfälschte Deutung geben.

Man darf jedoch nicht vergessen, daß im allgemeinen die Halluzinationen den Geist des Kranken hochgradig verwirren, indem sie Gefühle des Schreckens, des Aber-

glaubens, der Leidenschaft erregen. Diesem besonderen Umstande ist es anscheinend zu verdanken, daß die meisten Halluzinierenden, besonders *Hysterische* und *Epileptiker*, nicht imstande sind, eine Willensanstrengung zu machen, um die Aufmerksamkeit auf die Daten der verschiedenen Sinne zu lenken, deren Vergleichung die Täuschung, in der sie sich befinden, beseitigen müßte.

Diese Bemerkung läßt uns vermuten, daß die Tatsache der Halluzination, selbst wenn es sich um vollständige Halluzination handelt, sich zu dem gewöhnlich von uns bei der Beurteilung der Wirklichkeit angewandten Kriterium in eine derartige Beziehung setzen läßt, daß sie nicht mehr als wirkliche Ausnahme erscheint.

Es scheint in der Tat, daß die vollständige Halluzination, die sich in keiner Beziehung von dem Empfindungskomplex unterscheidet, dem ein wirklicher Gegenstand entspricht, einen Geisteszustand voraussetzt, in dem der Wille eingeschläfert oder gleichsam erloschen ist. Und wirklich kommen die charakteristischsten vollständigen Halluzinationen im *hypnotischen Schlaf* vor, wenn der Patient vollständig von dem Willen des Hypnotiseurs unterjocht ist.

Man kann also sagen, daß in solchen Fällen die Vorbedingung für die Kontrolle der Wirklichkeit fehlt. Es ist nicht möglich, zu *zweifeln* und die trügerischen Eindrücke einer *vom Willen angestellten Probe* zu unterwerfen.

Wir erheben nicht den Anspruch, die Fragen der Halluzination hiermit erschöpft zu haben. Dieses weite, der psychologischen Forschung immer noch offene Gebiet würde ein tieferes Studium erfordern, das wir hier nicht unternehmen können.

Es genügt auf die Schwierigkeiten hingewiesen zu haben, die sich von dieser Seite gegen unsere positive

Definition der Wirklichkeit erheben könnten, und zugleich angedeutet zu haben, daß diese Schwierigkeiten nicht unüberwindlich erscheinen.

Wenn es gelingt, nachzuweisen, daß der Halluzinierende, der einer vollständigen Halluzination unterliegt, nicht die Möglichkeit besitzt, seine trügerischen Eindrücke kontrollieren zu *wollen* (und gewisse Theorien, die das Faktum aus Vorgängen in der Hirnrinde erklären wollen, berechtigen zu diesem Schluß), so würde das oben definierte Kriterium der Wirklichkeit sich in diesem Falle zwar als unanwendbar, nicht aber als widerlegt erweisen. Damit wäre eine Ausnahme, die unsere Gedanken über die Wirklichkeit stören würde, beseitigt.

§ 9. Die biologische Bedeutung des Glaubens an die Wirklichkeit.

Wir haben gesehen, daß der Glaube an die Wirklichkeit irgendeines Dinges immer eine Annahme in sich schließt, auf die sich unsere *Erwartungen* oder *Voraussagen* stützen.

Der praktische Wert einer solchen Annahme liegt in der Regel, die sich daraus für den Willen ergibt, sofern er sich gewisse Zwecke setzt.

Unter diesem Gesichtspunkt erscheint jede Diskussion über ihre Zulässigkeit müßig, sofern sie sich nicht auf die Kriterien bezieht, die den einzelnen Voraussagen größere Sicherheit verschaffen können. In diesem Sinne belehrt uns die Erfahrung, daß wir, um die weitgehendsten Voraussagen zu verwirklichen, den Kreis der ersten Annahmen unbegrenzt ausdehnen können.

Außerhalb dieser wissenschaftlichen Erfahrung entbehrt eine vorgreifende Entscheidung jedes positiven Inhaltes. Die Schlüsse der skeptischen oder idealistischen Philosophie können uns nur so viel lehren, daß die An-

nahme von etwas Realem nicht aus einem höheren Prinzip abgeleitet werden kann. Aber anderseits würde das gar nichts ändern, denn kein Mensch wird diese Annahme im Ernste bezweifeln, d. h. seine Handlungen so einrichten, als ob er nicht an die Wirklichkeit glaubte. In der Tat ist dieser Glaube eine unentbehrliche Grundlage des Lebens selbst; deshalb kann man darauf, solange man lebt, nicht verzichten.

Es liegt hier also, wie die englische empiristische Schule richtig hervorgehoben hat, ein Ausdruck unserer Tatkraft vor.

Wohlgemerkt! Dies bedeutet nicht, daß der erwähnte Glaube, wie er gewollt wird, auch nicht gewollt werden kann; denn es handelt sich um eine Grundbedingung für jede Ausübung des Willens, deren Verneinung zu der widersinnigen Vorstellung eines sich selbst widersprechenden Willens, der sich selbst aufheben würde, führen müßte.

Nur in besonderen Fällen kann der Wille von Furcht oder Hoffnung getrieben auf die Überzeugung einwirken, indem er die Anwendung der Kriterien verhindert, an denen wir die Wirklichkeit oder Unwirklichkeit eines Dinges erkennen; und ein solcher Einfluß kann auch ein systematischer werden in gewissen Arten von Fragen, wo falsche Voraussagen schwerer Lügen zu strafen sind. Aber diese Fälle gehen uns nichts an. Bei unserem Studium, das nur das eine Ziel der Wahrheit kennt, werden wir so gut wie möglich alle Gelegenheiten vermeiden, wo erwünschte oder unerwünschte Konsequenzen das unbestochene Urteil trüben könnten, das sich für eine wissenschaftliche Philosophie geziemt.

§ 10. Das Postulat der Erkenntnis.

Wir haben in den vorangehenden Paragraphen den Begriff der Wirklichkeit zu analysieren und unter ver-

schiedenen Gesichtspunkten auf seine Bedeutung zu untersuchen versucht. Versuchen wir jetzt das Ergebnis der Kritik schematisch zusammenzufassen, indem wir den Inhalt unserer Überzeugung durch das folgende Postulat ausdrücken:

Es gibt feste und von uns unabhängige Zusammenhänge zwischen unseren wirklichen oder angenommenen Willensregungen und den auf sie folgenden Empfindungen, beide in einem gewissen abstrakten Sinne genommen; sie entsprechen dem, was wir „wirklich" nennen. Ein wirkliches Ding impliziert immer verschiedene assoziative Beziehungen zwischen Folgen von Empfindungen, die unter bestimmten Bedingungen eintreten. Vermöge einer solchen unbegrenzt ausdehnbaren Vielheit von Beziehungen erweitert sich die supponierte Wirklichkeit über die Grenzen der Welt hinaus, die unmittelbar unseren Sinnen zugänglich ist; insonderheit erhält die Wirklichkeit durch die psychologische Supposition eine *soziale* Bedeutung (gemäß der comtischen Ansicht).

Auf diese Weise wird die Wirklichkeit definiert als eine *Invariante in dem Verhältnis zwischen Willensregungen und Empfindungen.*

Das Wort „Invariante" ist zuerst in der *Algebra der linearen Substitutionen* eingeführt worden und hat in den geometrischen und analytischen Untersuchungen von F. Klein, S. Lie, H. Poincaré usw. eine allgemeinere Bedeutung in bezug auf beliebige *Transformationsgruppen* angenommen. Seit einiger Zeit ist der Ausdruck in einer weiteren Bedeutung in die Wissenschaft überhaupt eingeführt worden und wird jetzt häufig gebraucht; besonders Ostwald spricht von der *Energie* als von einer Invariante, die mit dem gleichen Rechte als Gegenstand der Erkenntnis angesehen werden kann, wie die *Materie.*

Aber die Ansicht, daß das Wirkliche eine Invariante ist, muß genauer bestimmt werden, indem man den *Bereich der Elemente* (Willensregungen und Empfindungen) und die *Gruppe oder die Gruppen von Transformationen* näher angibt, auf die sie sich bezieht. Dies ist der Gegenstand der vorstehenden Kritik und der Sinn der von uns gesuchten *Definition der Wirklichkeit.*

Das Postulat, das wir ausgesprochen haben, gehört ebensowohl der gewöhnlichen vom Leben erforderten Erkenntnis als der eigentlich wissenschaftlichen an. Die Bedeutung dieser letzteren wollen wir jetzt aufzuklären versuchen, indem wir von der Betrachtung der rohen Tatsache, auf die sich die vorangehenden Bemerkungen bezogen, übergehen zur Analyse desjenigen, was für die Wissenschaft eine Tatsache darstellt.

Durch eine weitere Anwendung des erwähnten Postulats wird es nicht nur gelingen, die gewöhnliche Erkenntnis zu *erweitern*, sondern auch jene *Annäherung* zu verschärfen, die wie wir sahen, ihr eigentümlich ist. Dadurch wird der Begriff der Wirklichkeit noch weiter präzisiert werden.

§ 11. Unbearbeitete und wissenschaftliche Tatsachen.

Wer darauf ausgeht, die Unterschiede zwischen der unbearbeiteten Tatsache im gewöhnlichen Sinne des Wortes und der wissenschaftlichen festzustellen, findet vor allem in letzterer einen viel ausgesprocheneren *Charakter der Bedingtheit.*

In der Tat haben wir gesehen, daß jede Erkenntnis Bedingungen einschließt für das Eintreten der ihr zugeordneten Empfindungen. Und dies trifft sogar zu für das Faktum, das als vergangenes Ereignis sozusagen ein individuelles Leben führt.

Aber man kann *subjektive* und *objektive Bedingungen* unterscheiden. Wenn es sich auch nicht um eine strenge Unterscheidung handelt, so ist es doch angemessen gemäß ihrer bezüglichen Bedeutung einen Unterschied zwischen ihnen zu machen.

Die gewöhnliche Erkenntnis hängt hauptsächlich von den subjektiven Bedingungen ab; sie lehrt uns, wie man *hinschauen* muß, um zu *sehen*, wie man *sich bewegen* muß, um zu *berühren* usw.

Allerdings findet auch in diesem Falle eine Vergleichung der betrachteten Tatsache mit der sie umgebenden Wirklichkeit statt; aber es scheint, als ob dabei alles vergessen wird, was nicht die Mittel angeht zur Herstellung der Bedingungen, für das Eintreten der erwarteten Empfindungen.

Das Gegenteil tritt bei der wissenschaftlichen Erkenntnis ein. Die Tatsache wird nicht mit Rücksicht auf uns selbst betrachtet, sondern in Beziehung zu den sie umgebenden Tatsachen; man vernachlässigt in diesem Falle, wenigstens wenn man das Resultat ausspricht, die subjektiven Bedingungen unter denen es sich den Sinnen enthüllt, und zieht nur die objektiven Bedingungen seines Zustandekommens in Betracht.

Eine solche Betrachtungsweise der Tatsachen bringt etwas zu ihnen hinzu, was die gewöhnliche Erkenntnis im dunkeln läßt. Daher erwächst eine wissenschaftliche Tatsache sozusagen aus einer Vielheit in ihr enthaltener unbearbeiteter Tatsachen; sie gewinnt an *Allgemeinheit*, indem sie neue und ausgedehntere Beziehungen in sich vereinigt.

§ 12. Die physikalischen Tatsachen.

Die vorstehenden Bemerkungen lassen sich leicht durch einige Beispiele erklären.

Wir schlagen mit einem Hammer auf eine Kupferplatte; darauf bemerken wir, indem wir sie anfassen, daß sie sich erwärmt hat.

Das sind zwei rohe Tatsachen, die sich nacheinander einstellen. Die genaue Beschreibung der Umstände, unter denen sie eintreten, und der dabei auftretenden Empfindungen bleibt noch im Gebiet der gewöhnlichen Erkenntnis. Dieselbe lehrt uns, wie der Hammer beim Schlagen gehandhabt werden muß oder wie man am besten die Platte anfaßt, um die Wärme zu empfinden. Dies sind subjektive Bedingungen, die in die wissenschaftliche Erkenntnis der Tatsache nicht eingehen.

Die Wissenschaft behält nur folgendes übrig: „Das mit dem Hammer geschlagene Kupfer erwärmt sich." Es verschwinden aus diesem Ausdruck die unbedeutenden Einzelheiten des Experiments, aber zu den beiden rohen Tatsachen tritt die Beziehung der Aufeinanderfolge, die als unveränderlich angesehen wird.

Die wissenschaftliche Tatsache besteht in dieser Beziehung. Sie lehrt uns folgendes: „Man kann die Empfindungen haben, die die Erwärmung des Kupfers anzeigen, wenn in irgendeiner Weise die Handlungen geschehen, die ein Schlagen desselben mit einem Hammer zur Folge haben." Wenn man jedoch bemerkt, daß andere Metalle oder auch irgendwelche anderen Körper sich beim Schlagen erwärmen, und daß die Erwärmung stattfindet, ob man sich zum Schlagen eines Hammers bedient oder irgendeines anderen Instrumentes, so gelangt man zu einer weiteren Auffassung der Tatsache und sagt: „die Körper erwärmen sich, wenn sie geschlagen werden."

Es ist so jede Bedingung eliminiert, die nichts mit der wahren das Faktum ausmachenden Beziehung zu tun hat, so daß man nur diese Beziehung zurückbehält, die dadurch eine allgemeinere Bedeutung erhält. Die

so verstandene wissenschaftliche Erkenntnis ist also lehrreicher. Wir erkennen als ihr Objekt eine Stufenfolge von Tatsachen, die zu immer höheren Graden der Allgemeinheit und Bedingtheit aufsteigt.

Was eine wissenschaftliche Tatsache ist, sieht man am besten aus der Physik. Der Fall schwerer Körper, die konstante Schmelz- und Siedetemperatur der Körper, die Reflexion, die Brechung, und die Polarisation des Lichtes, die elektromagnetische Induktion bieten ebensoviele Beispiele von zugleich allgemeinen und bedingten Tatsachen.

In ihnen enthüllt sich eine unveränderliche Beziehung der *Aufeinanderfolge* oder der *Koexistenz*, je nachdem es sich um *dynamische* oder *statische* Erscheinungen handelt.

Andere Wissenschaften werden uns Gelegenheit geben, die Frage zu erörtern, ob andere Tatsachen, die von diesem Typus abweichen, sich auf ihn zurückführen lassen.

§ 13. Tatsache und Gesetz.

Aber ehe wir dazu übergehen, müssen wir uns bei einer Wortfrage aufhalten, die einen ernsten philosophischen Streit veranlaßt hat.

Die bedingten Tatsachen, von denen oben die Rede war, werden gewöhnlich „Gesetze" genannt, besonders, wenn ihr Ausdruck einfach und allgemein ist.

Der Ausdruck „Gesetz" erweckt die Vorstellung einer willkürlich festgesetzten Beziehung, der die wirklichen oder möglichen Tatsachen genügen *sollen*. Dies ist die politische Bedeutung des Wortes. Und wenn auch der weise Gesetzgeber sich möglichst bemüht, nur Dinge zu befehlen, die schon in den Tatsachen eine Grundlage haben, so kann man sich doch jedenfalls ein Gesetz denken, das einer solchen Grundlage entbehrt; so er-

zählt man, daß ein orientalischer Herrscher strenge Vorschriften gegen das Duell erlassen habe, obgleich der Gebrauch desselben seinen Untertanen völlig unbekannt war.

Es ist leicht zu verstehen, wie die physikalischen Beziehungen unter diesen Gesetzesbegriff subsumiert werden konnten. Das ergibt sich in der Tat vollkommen klar aus der Vorstellung eines Chaos, aus dem Gott die gegenwärtige, nach einem vorher aufgestellten Plane geordnete Welt schuf.

Aber außer dieser theologischen Vorstellung bleibt mit dem Begriff eines *physikalischen Gesetzes* der Gedanke an etwas *Notwendiges* verknüpft, das statthaben *muß*, gleichgültig, ob die Tatsachen, deren Beziehung es ausdrückt, sich bestätigen oder nicht: wenn man z. B. die geometrischen und mechanischen Gesetze, die doch irgendeine Eigenschaft der Bewegung der Körper ausdrücken, als unabhängig vom Stattfinden derselben denkt.

„Notwendigkeit" ist ein Wort, dem von den Philosophen oft verschiedene Bedeutungen beigelegt werden und über das die disparatesten Werturteile gefällt werden. Was drückt dieses Wort aus?

Vor allem knüpft sich an jede Tatsache, sofern sie eine unveränderliche Beziehung der Gleichzeitigkeit oder der Aufeinanderfolge enthält, ein gewisses *Gefühl der Notwendigkeit*, das es unmöglich erscheinen läßt, willkürlich die Folge zu vermeiden, wenn die Voraussetzung gewollt wird.

Nun ist aber unser Einfluß auf die Verwirklichung der Voraussetzung um so größer in einem gewissen Sinne, je spezieller die Tatsache ist. In diesem Sinne entziehen sich die allgemeinen Tatsachen in höherem Grade dem Machtbereich unseres Willens und sind deshalb von einem stärkeren Gefühl der Notwendigkeit begleitet.

Aber das Gefühl der Notwendigkeit einer Tatsache hat nicht nur diese Bedeutung der Beschränkung unseres Willens. Es interessiert vor allem die Erkenntnistheorie, insofern sich daran die *Illusion* knüpft, daß gewisse *a posteriori* auf Grund von voraufgehenden Beobachtungen und Experimenten gebildete Vorstellungen eine *apriorische* Bedeutung hätten und infolgedessen über das Gebiet hinaus, auf das diese sich beziehen, unbegrenzt ausgedehnt werden dürften. Es ist deshalb wichtig, hervorzuheben, daß eine solche psychologische Notwendigkeit immer ein Gefühl bleibt, dessen Bedeutung lediglich subjektiv ist, d. h. nicht als Beweis für einen objektiven Tatbestand angeführt werden kann.

Die Geschichte der Wissenschaft bietet hierfür deutliche Belege.

Es genügt als Beispiel die Erklärung anzuführen, die man vor Torricelli für das Steigen des Wassers in den Pumpen gab, ein Vorgang, der demjenigen als notwendig erscheinen mußte, der der Natur einen horror vacui zuschrieb. Diese Notwendigkeit verschwand trotz dieses horrors, als der Mensch es unternahm, die Natur zu ermüden, indem er sie das Wasser höher als zehn Meter ziehen ließ!

Die Lehre, die sich aus ähnlichen Beispielen ergibt, kann man sich durch Induktion auch in bezug auf die allgemeineren Vorstellungen klar machen, obgleich hier eine starke Präsumtion zu bemerken ist, daß die Begriffe, die auf Grund vieler elementaren Beobachtungen und durch lange psychische Arbeit gebildet worden sind, der Gesamtheit der Tatsachen gut *angepaßt* sind, wenigstens innerhalb eines gewissen Gebietes. Dennoch kann man sagen, daß der objektive Wert der in solchen Begriffen enthaltenen Erkenntnisse letzten Endes nur durch Erfahrung festgestellt werden kann; diese muß

besonders ihr Anwendungsgebiet abgrenzen und ihren Genauigkeitsgrad feststellen mit Hilfe einer Vergleichung der Voraussagen, die sich auf sie stützen.

Indem wir für eine eingehendere Prüfung der Frage auf die Kapitel III, IV, V verweisen, genügt es hier, damit zu schließen, daß wir einen philosophischen Grund für die Unterscheidung von „Tatsachen" und „Gesetzen" nicht anerkennen können und uns daher nicht der Ansicht A. Navilles[1]) anschließen, nach der es Gesetzeswissenschaften gibt, die unabhängig von dem Inhalt den „canevas de la réalité" weben. Ein „vom Inhalt unabhängiges" Gesetz ist eine transzendentale Abstraktion, die dem Geiste unserer Kritik widerstreitet.

Kehren wir nun zur Analyse der wissenschaftlichen Tatsache zurück, um zu sehen, wie einige Tatsachen, die dem Anschein nach von dem in der Physik behandelten Typus abweichen, sich auf diesen zurückführen lassen.

§ 14. Die Tatsachen der Astronomie.

Wenn sich die wissenschaftlichen Tatsachen von den „rohen" durch einen höheren Grad von Bedingtheit und Allgemeinheit unterscheiden sollen, so ist es schwer, Entdeckungen, deren Zweck die einfache Konstatierung der Existenz neuer Objekte ist, als „wissenschaftliche" zu bezeichnen, obgleich sie ein unleugbares Interesse besitzen.

Wir brauchen, um lehrreiche Beispiele hierfür zu finden, das Gebiet der physikalischen Wissenschaften nicht zu verlassen; Astronomie und Chemie bieten uns solche.

Kann man die Wichtigkeit der Entdeckung eines Sternes verkennen, der bisher am Himmelsgewölbe

1) „Nouvelle classification des sciences", Paris. Alcan 1901. Vgl. die Kritik G. Vailatis in der „Rivista di Biologia generale" Juli 1902.

noch nicht gesehen worden ist? Und doch lehrt uns eine solche Entdeckung, wenn es sich um die Bestimmung der Koordination eines Sternes handelt, nicht viel mehr als die subjektiven Bedingungen für das Sehen eines neuen Gegenstandes.

Um zu verstehen, welche Stellung derartigen Tatsachen in der Wissenschaft zukommt, muß man bedenken, daß jede objektive Beziehung rohe Tatsachen voraussetzt, auf die sie sich bezieht. Die wissenschaftliche Erkenntnis erfordert also eine Grundlage von gewöhnlichen Erkenntnissen, die nur dann keiner ausdrücklichen Erwähnung bedürfen, wenn sie häufig in den Bereich der alltäglichen Erfahrung fallen wegen der Leichtigkeit ihrer Beobachtung. So braucht der Physiker, sintemalen viele eiserne Gegenstände zu seiner Verfügung stehen, kein Inventar von ihnen aufzustellen.

Wenn es sich aber um Objekte handelt, die wegen ihrer geringen Anzahl oder aus anderen Gründen besonders schwer zu beobachten sind, so hat es ein Interesse für die Wissenschaft, sie zur Wahrnehmung zu bringen. Die wissenschaftliche Untersuchung ist in diesem Falle gezwungen, auf eigene Rechnung eine vorbereitende Operation vorzunehmen, die sie in anderen Fällen schon ausreichend erledigt vorfindet.

Im Sinne dieser Erklärung müssen wir sagen, daß die Entdeckung eines neuen Sternes zwar für die Astronomie wirklich ein wichtiges Ergebnis ist, daß sie aber noch nicht eigentlich eine wissenschaftliche Erkenntnis bildet (sofern dies nur eine „graduelle" Bedeutung hat); daß ihre Bedeutung vielmehr darauf beruht, daß sie das Gebiet der rohen Tatsachen erweitert, deren Beziehungen im engeren Sinne das Objekt der Wissenschaft bilden.

Unter diesem Gesichtspunkt wird der Wert einer derartigen Entdeckung auf das richtige Maß zurück-

geführt; und man sieht, daß er rasch abnimmt, in dem Maße, wie die Vervollkommnung der Instrumente die Erweiterung des Beobachtungsfeldes erleichtert.

Es ist daher hier der Ort, einen wichtigen Unterschied festzustellen zwischen der Entdeckung eines Sternes und der eines Planeten.

In letzterem Falle kann man an der Tatsache die Merkmale des wissenschaftlichen Typus erkennen.

Sehen wir z. B. zu, was uns Herschel durch die Entdeckung des *Uranus* gelehrt hat.

Verschiedene Beobachter hatten vor ihm dieses Gestirn im Felde ihres Teleskops gefunden, so daß er mehrmals als Fixstern katalogisiert wurde. Um ihn dem Planetensystem zuzuweisen, mußte Herschel seine Bewegung um die Sonne verfolgen und damit die objektiven Bedingungen bestimmen, unter denen seine Beobachtung wiederholt werden konnte.

Diese Bedingungen, oder wenn man will, die Lagebeziehungen, die das Gestirn mit der Sonne verbinden, bilden in Wahrheit die neue Tatsache, die durch die Entdeckung des Planeten festgestellt wurde.

Zu der Zeit, um die es sich handelt, verband sich mit der Entdeckung noch ein anderes Interesse, das sich auf die Bestätigung oder Modifikation bezog, die man für die Newtonsche Theorie davon erwarten durfte.

Die Astronomen, vertrauend auf das Gesetz, das die bekannten Tatsachen so genau erklärt hatte, sahen mit ungeheurem Erstaunen, daß der neue Planet die auf dasselbe gegründeten Voraussagen Lügen strafte. Man mußte entweder eine Ausnahme zugeben, die die Regel aufhob oder seine Zuflucht zu der Hypothese eines anderen unbekannten Planeten nehmen, dessen störende Wirkung die Abweichung des Uranus von der elliptischen Bahn erklärte.

Dieser von Arago vorgeschlagene Gedanke wurde von Le Verrier der Rechnung unterworfen. Die empirische

sogenannte Bodesche Regel (die sich hier als ziemlich ungenau erwies) erlaubte das Problem zu einem bestimmten zu machen. Und die Entdeckung des *Neptun*, der infolge eines glücklichen Zusammentreffens sich sehr nahe an dem Orte befand, den ihm Le Verrier a priori angewiesen hatte, wurde als ein Triumph der planetarischen Astronomie begrüßt, insofern sie die Realität der überaus einfachen im Newtonschen Gesetz enthaltenen Beziehungen glänzend bestätigte.

§ 15. Die chemischen Tatsachen.

Die irdischen Wissenschaften bieten gleichfalls Beispiele von Tatsachen, deren Erkennung nur die Entdeckung eines neuen Gegenstandes bedeutet.

Indem wir die Geographie übergehen, die uns zu keinen anderen als den vorstehenden Bemerkungen Anlaß gibt, wollen wir zusehen, welche Bedeutung für die Chemie das Hinzukommen eines neuen Körpers zu dem Verzeichnis ihrer Elemente besitzt.

Kein Zweifel, daß dies eine Tatsache von der höchsten Wichtigkeit ist. Aber man täte unrecht, in einer solchen Entdeckung nur die Erkenntnis einer einfachen rohen Tatsache zu erblicken und das Interesse daran nur auf die kleine Zahl der bekannten Elemente zurückzuführen.

Vor allem drückt eine solche Erkenntnis aus, daß gewisse Körper nicht über eine gewisse Grenze hinaus reduziert oder zerlegt werden konnten, sie schließt also eine Irreduzibilität des Elementes in bezug auf eine gewisse Gruppe von Reaktionen in sich; aber mehr noch, sie muß nicht nur in einem negativen, sondern ebenso in einem positiven Sinne aufgefaßt werden und zwar als das Substrat einer Reihe von Beziehungen zwischen den Verbindungen, die das besagte Element enthalten.

Wenn vollends die Entdeckung einer Voraussage entspricht, die auf Grund der Erkenntnis weiterer Be-

ziehungen aufgestellt worden war, so liefert sie die Bestätigung einer allgemeineren Tatsache, der die Merkmale der wissenschaftlichen Tatsache in noch höherem Grade zukommen. Dies gilt teilweise (wenn man die Schwierigkeit, die neuen Körper in die Theorie einzuordnen, in Rechnung zieht) von der Entdeckung des *Scandiums*, des *Galliums* und des *Geraniums*, die eine Lücke im periodischen System MENDELEIEFFS ausfüllen.

§ 16. Die Tatsachen der Naturwissenschaften.

Man weist den (biologischen) Naturwissenschaften im engeren Sinne des Wortes die Aufgabe zu, die Tiere und Pflanzen auf der Erdoberfläche systematisch zu klassifizieren. Es kann also scheinen, als ob es einen ganzen Zweig der Wissenschaft gibt, in dem man über die Erkenntnis roher Tatsachen in keiner Weise hinauszugehen braucht.

Um die Falschheit dieser Auffassung einzusehen, muß man vor allem bemerken, daß die Entdeckung einer neuen Art vom Sammler und vom Gelehrten niemals unter dem gleichen Gesichtspunkt betrachtet wird.

Diesem kommt es wenig darauf an, dem schon so großen Verzeichnis der Tier- oder Pflanzenarten einen neuen Namen hinzuzufügen; er sucht vielmehr in jedem einzelnen Falle die konstante Verbindung von Merkmalen zu bestimmen, die den Typus einer Art ausmacht.

Daher wird der wahre Naturforscher, wenn er nicht spezielle Zwecke verfolgt, sich kaum die Mühe nehmen, die kleinen Einzelheiten zu beschreiben, durch die sich ein Individuum von den anderen seiner Art unterscheidet. Er wird auch der Unterscheidung von Varietäten und Untervarietäten, die man nach Belieben vermehren kann, kein allzu großes Gewicht beilegen.

Die Erkenntnis einer festen Verbindung von zoologischen oder botanischen Merkmalen ist eine wirklich

wissenschaftliche Erkenntnis eines sehr bedingten Faktums; zwischen diesem und dem physikalischen Faktum ist lediglich der Unterschied, daß im ersteren die Beziehungen der Gleichzeitigkeit, im letzteren die der Aufeinanderfolge vorwiegen.

Im übrigen ist auch hier eine Stufenfolge von solchen Tatsachen vorhanden, die zu immer höheren Graden der Allgemeinheit aufsteigt; so bildet man z. B. aus der genauen Beschreibung des Nervensystems der verschiedenen Arten der Gliederwürmer oder der Insekten den allgemeinen Begriff dieses aus dem Schlundring und der Ganglienkette bestehenden Systems, das den Typus des Nervensystems für den größten Teil der wirbellosen Tiere bildet.

Aber in den Naturwissenschaften auch im engeren Sinne des Wortes werden nicht nur feste Verbindungen von Merkmalen untersucht, d. h. statische Tatsachen, sondern auch wirkliche Beziehungen der Aufeinanderfolge ähnlich denen, mit denen sich die Physik häufiger beschäftigt. Und es ist kein Zweifel, daß derartige Erkenntnisse eine erhebliche Bedeutung haben.

Dynamischen Tatsachen begegnet man bereits in der Morphologie, selbst wenn man sich bei ihrem Studium auf die Zwecke der Systematik beschränkt. Will man z. B. in der Zoologie die verschiedenen Fälle von *unvollkommenem Hermaphroditismus (Dichogamie)* klassifizieren, so muß man neben der an anatomische Bedingungen geknüpften Dichogamie, wie sie bei den *Regenwürmern*, den *Blutegeln* oder den *Seehasen* auftritt, diejenige betrachten, die von zeitlichen Bedingungen abhängt, d. h. von der verschiedenen Zeit, in der die Eier und die Spermatozooen reifen (*proterogyne* Dichogamie der *Salpen* und *proterandrische* Dichogamie der *isopodischen Crustaceen*, die der Familie der *Fischasseln* angehören).

Übrigens kann man allgemein sagen, daß die systematische Klassifikation in den Naturwissenschaften nicht nur auf dem Studium der statischen Anatomie, sondern auch auf der dynamischen Anatomie (Beispiel: die *Metarmophose*) und im besonderen auf der Embryologie beruht. Es genügt, daran zu erinnern, daß die schärfste Unterscheidung zwischen höheren Tieren und höheren Pflanzen *(Metazoen* und *Metaphyten)* durch die Feststellung des *Gastrulastadiums* in der embryogenetischen Entwickelung der ersteren gegeben ist.

Es kommt hinzu, daß die Naturwissenschaften ihre Aufgabe nicht in der Klassifikation erschöpfen, gehen doch schon sehr viele wichtige Untersuchungen über diesen Zweck hinaus, z. B. die, welche mit den verschiedenen Arten der Zeugung bei den höheren Tieren, der zweigeschlechtigen, der parthenogenetischen, der ungeschlechtlichen zusammenhängen.

Die Entdeckung des Generationswechsels (später in *Metagenesis* und *Heterogonie* getrennt) erregte in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts ein großes und berechtigtes Interesse bei den Naturforschern; und sie bildet sicher eine hohe wissenschaftliche Erkenntnis, die verschiedene Arten der Periodizität im Leben der Tiere ans Licht brachte.

Und jedes Ergebnis, das sich auf die Fortpflanzung bezieht, enthält eine Beziehung von allgemeinem Interesse, handle es sich nun um die jugendliche Fortpflanzung *(Neotenie* und *Pädogenese)* oder um die eigentümliche Erscheinung, die Chun bei den *Rippenquallen* beobachtet hat, bei denen zwei Perioden der Fruchtbarkeit durch die Metamorphose getrennt sind *(Dissogonie)*.

Endlich haben die Naturwissenschaften unter dem Einfluß der Entwickelungslehre die Erforschung der dynamischen Beziehungen ungeheuer erweitert, indem

sie sich das Ziel setzten, den Prozeß der Veränderung der Arten zu rekonstruieren.

Durch Beispiele aus der Zoologie haben wir versucht, die Eigenart der Tatsachen festzustellen, die in den Bereich der Naturwissenschaften im engeren Sinne des Wortes fallen. Aber das Bild dieser Wissenschaften würde unvollständig bleiben, wenn man sie nicht in ihrem Zusammenhange mit den anderen Zweigen der biologischen Wissenschaften betrachtete.

So entspringt z. B. die Trennung zwischen systematischer Zoologie und der Tierphysiologie lediglich aus dem Bedürfnis der Arbeitsteilung, so daß man sich von der einen keinen richtigen Begriff machen kann, ohne die andere in Betracht zu ziehen. Denn die beiden Arten von Tatsachen durchkreuzen sich; eine voraufgegangene Klassifikation erleichtert die physiologische Untersuchung, und ein physiologisches Studium liefert neue Kriterien, um die Klassifikation zu verbessern, wenn auch heute derartige Kriterien ein wenig vernachlässigt werden.

Trotz der unvermeidlichen Hindernisse, die in der Verschiedenheit der Beobachtungs- und Experimentiertechnik liegen, ist es doch ein und dieselbe Art von Tatsachen, die sich dem Blick des Forschers darbietet, der die biologischen Wissenschaften treibt, und je weiter die wissenschaftliche Untersuchung fortschreitet, um so deutlicher erkennt man in jener den Typus wieder, der uns bei der Betrachtung der Physik begegnete.

So vollzieht sich heute unter dem Einfluß des erweiterten Begriffs eine tiefgreifende Änderung in der Richtung der biologischen Arbeit, und die Wissenschaft wendet sich zur Erforschung allgemeinerer und bedingterer Beziehungen. Man darf sich einen großen Fortschritt davon versprechen, wenn die Forscher, die auf getrennten Gebieten arbeiten, im Geiste über die Probleme,

die ihnen ihre besondere Technik stellt, hinausblickend sich zu einem gemeinsamen Ziele vereinigen; von den Seestationen, wo eine so große Menge bisher noch wenig bekannter oder nur morphologisch beschriebener Wirbelloser zusammenkommt, erwartet die Physiologie die Antwort auf viele Fragen, die hier an einfacheren und zugleich mannigfacheren Organen studiert werden können.

§ 17. Geschichtliche Tatsachen.

Zwischen dem Tatsachentypus, wie ihn die Wissenschaft betrachtet, und dem, der der Geschichte angehört, wollen Einige einen unüberbrückbaren Unterschied sehen, den andere wiederum zu beseitigen suchen.

Auf jeden Fall muß man sich zunächst folgendes klarmachen:

Die Geschichte ist keine Sammlung von rohen Tatsachen, denn das einzelne zufällige Ereignis erhält in ihr nur Bedeutung durch seine Beziehungen zu anderen Ereignissen.

Aber wie wir schon bemerkten, kann diese Beziehung in zwei verschiedenen Richtungen gesucht werden: entweder in *geschichtlicher* oder in *wissenschaftlicher* Absicht. Daraus ergeben sich zwei Betrachtungsweisen der Erkenntnis der Vergangenheit, zwei Methoden, nach denen ihr Material geordnet werden kann, und die zweien nach unserer Ansicht gleichberechtigten Zielen entsprechen. Die Frage, über die gerade in letzter Zeit so viel gestritten worden ist, ob die Geschichte eine Kunst oder eine Wissenschaft ist, entspringt aus dieser Verschiedenheit der Gesichtspunkte und kann nicht anders als durch eine Wahl entschieden werden, die aber lediglich die Behauptung eines Interesses enthält und die Berechtigung eines anderen Interesses nicht ausschließen kann, das neben dem ersten aber nicht im Gegensatz zu ihm steht.

Nun können die vergangenen Ereignisse (besonders die, welche das soziale Leben der Menschen betreffen) in einer Synthese vereinigt werden, die eine um so vollkommnere Rekonstruktion des verflossenen Augenblicks liefern wird, je mehr sie von jener besonderen Note enthält, die dem Augenblicke selbst oder den Personen, die in ihm handeln, ihre charakteristische Physiognomie verleiht. In diesem Falle handelt es sich um eine *künstlerische Darstellung*, sei es zu einem rein kontemplativen Zweck, sei es um damit die Gefühle der Menschen zu beeinflussen.

Wir haben denen nichts zu erwidern, die (wie unser Landsmann B. Croce) behaupten, daß dies der eigentliche Sinn der Geschichtsschreibung sei; und es scheint uns klar, daß diesem künstlerischen Begriff die Forderung der *Wahrheit* der geschichtlichen Tatsachen nicht widerspricht; diese erscheint einerseits als Bedingung für eine widerspruchsfreie Ausdehnung der beabsichtigten Darstellung, anderseits als besondere Bedingung für ein *Interesse* an ihr, d. h. als Bestandteil ihrer Wirkung auf das Gefühl. Während der Dichter, von Zweifeln nicht angefochten, der Stimme lauscht, die aus dem finsteren Kerker des estischen Kastells in Ferrara heraufklingt und von Parisina und Hugo erzählt, befragt der Geschichtsschreiber skeptisch die Urkunden, ob er in ihnen eine Spur finde, die die rührende Sage bestätigen oder widerlegen kann.

Aber neben dem Wert, den die geschichtliche Rekonstruktion als Kunst beanspruchen kann, bleibt Raum für den Begriff einer wissenschaftlichen Geschichtsschreibung, die alle Tatsachen der Vergangenheit (auch die, welche, wie z. B. die geologischen, aus dem menschlichen Gebiet heraustreten) umfaßt und ihre gegenseitigen Beziehungen untersucht, um so eine Voraussage zu erleichtern.

Der besondere Charakter dieser Ansicht muß erklärt werden, indem man die Grenzen und das Wesen der erwähnten Voraussagungen bestimmt, besonders mit Rücksicht auf die menschliche Geschichte. Wenn es sich z. B. darum handelt, die Aufgabe der Geschichtsschreibung auf die bloße Vorbereitung gewisser Wissenschaften, wie der Sprachforschung oder der Nationalökonomie usw. zu beschränken, oder wenn man sie geradezu in eine soziologische Wissenschaft verwandeln will, die vermöge des Studiums der Vergangenheit der zukünftigen Gesellschaft das Horoskop stellt, so werden die Jünger der Geschichtsforschung gegen diese Art, die Dinge zu betrachten, Einspruch erheben.

Sie werden z. B. sagen, daß die Erkenntnis einiger allgemeiner Gesetze, die den Gegenstand der Sprachforschung bilden, keinen Ersatz bieten kann für die Untersuchung der besonderen Bedingungen, nach denen die Veränderung oder Entwickelung einer gegebenen Sprache sich in Wirklichkeit vollzogen hat. Und in ähnlicher Weise ist die abstrakte Kenntnis einiger allgemeiner wirtschaftlicher Beziehungen weit davon entfernt an die Stelle der historischen Erkenntnis einer Art von sozialen Tatsachen treten zu können, in denen man vielmehr eine Erklärung jener Beziehungen findet. Noch weniger können uns die soziologischen Gesetze, falls man deren Existenz zugibt, etwas Bestimmtes über eine Zeit oder ein Milieu lehren, denn gewisse sehr allgemeine Verknüpfungen in Raum und Zeit sind weit davon entfernt, die Vielgestaltigkeit der Wirklichkeit zu erschöpfen.

Wenn man also der Geschichtsforschung einen wissenschaftlichen Wert für Voraussagen zuschreibt, so kann es sich wenigstens in der Regel nicht um eine hinreichend bestimmte Voraussage der geschichtlichen Zukunft handeln.

Aber die Erforscher der Vergangenheit verstehen die Aufgabe der durch Vergleichung der auf eine Periode oder ein Milieu bezüglichen Urkunden erhaltenen relativ allgemeinen Erkenntnisse anders; sie bedienen sich ihrer als Mittel der Deutung und Korrektur dieser Urkunden selbst und werden so in den Stand gesetzt, die bereits erkannten rohen Tatsachen durch geeignete Hypothesen zu vervollständigen und sie ihrer Bedeutung nach zu verstehen. Die geschichtliche Erkenntnis hat also insoweit wissenschaftlichen Wert, als sie in einem gewissen Sinne dazu dient vorauszusagen, welches Resultat andere Untersuchungen haben werden, die sich auf dieselbe Vergangenheit beziehen, d. h. soweit sie imstande ist, die fernere Geschichtsforschung zu leiten.

Was auch der letzte Zweck sein mag, um dessentwillen eine solche Untersuchung unternommen werden kann, das Ziel, die vergangene Wirklichkeit schrittweise zu rekonstruieren, reicht für sich schon aus, den Gegenstand einer als Wissenschaft aufgefaßten Geschichtsschreibung auszumachen, in der die Bedeutung einer jeden Erkenntnis nach ihrem heuristischen Wert bemessen wird, und wo folglich die relativ allgemeine Beziehung (in den Grenzen hinreichender Bestimmtheit) mehr interessiert als das einzelne Faktum und unabhängig von den daran sich knüpfenden Gefühlswerten. So erforscht man in der Geschichte der Architektur, mehr als die besonderen Merkmale der einzelnen Werke, systematisch diejenigen, an denen man eine Schule, z. B. die byzantinische oder die französische Gotik erkennt und von anderen unterscheidet. So werden in der politischen Geschichte Roms neben den einzelnen Ereignissen und kriegerischen Wechselfällen, durch die aus der Republik das Kaiserreich wurde, durch eine tiefer gehende Untersuchung Faktoren allgemeinerer Art aufgedeckt, die diese Umwandlung, abgesehen von ihrer

besonderen Erscheinungsform, erklären und sie als das Produkt allgemeiner Ursachen erscheinen lassen; z. B. die Übertragung des römischen Bürgerrechtes auf die italischen Verbündeten im Jahre 89 (unter dem Konsulat des Lucius Cäsar), durch die ein auf die direkte Teilnahme der Bürger gegründetes Staatsregiment unmöglich geworden war. Und in der modernen Geschichte Englands werden die stufenweisen Fortschritte der liberalen und demokratischen Entwickelung im Vergleich zu den anderen Ländern durch die Bemerkung erleuchtet und erklärt, daß in England Volk und Aristokratie traditionell dem Monarchen gegenüber die gleiche Haltung einnahmen.

Neben der künstlerischen Entwickelung und unabhängig von ihr schreitet die Geschichte als Wissenschaft in unseren Tagen fort und lenkt die Untersuchung auf immer tiefere und allgemeinere Zusammenhänge. Die heute systematisch betriebene Untersuchung der wirtschaftlichen Faktoren ist ein Ausdruck dieser Tendenz, über das mehr offen Liegende und künstlerisch Interessante zu den inneren Ursachen der Ereignisse vorzudringen, die diese in ein neues Licht setzen und eine vollkommnere Rekonstruktion der Vergangenheit ermöglichen.

In diesem Sinne nähert sich der Typus des historischen Faktums dem des wissenschaftlichen; die historische Wirklichkeit erweitert sich wie die physikalische und entfernt sich von uns durch Hypothesen, sie hat die Tendenz, sich als eine Kette von Zusammenhängen darzustellen, gewissermaßen als eine Reihe von *Invarianten der Quellen*, die zum Abstrakteren fortschreitet.

Wer aber den Parallelismus bis in seine äußersten Konsequenzen verfolgen will, dem stellt sich eine besondere Schwierigkeit entgegen, die der menschlichen Geschichte eigentümlich ist und in den anderen Zweigen der Geschichtswissenschaft, z. B. der Geologie, fehlt.

In der physikalischen Untersuchung haben wir das Vertrauen, den kausalen Determinismus ohne notwendige Grenze immer weiter ausdehnen zu können. Diese Ansicht läßt sich nicht ohne weiteres auf das historische Gebiet übertragen; denn wenn man auch den Determinismus im weitesten Sinne zugibt, so folgt daraus noch nicht der *historische Determinismus* in dem Sinne, daß alle Tatsachen des sozialen Lebens der Menschen aufgefaßt werden können als Folgen von sozialen Ursachen, die durch eine tiefer gehende Untersuchung aufgedeckt werden könnten. Eine *historische Erklärung* in diesem Sinne kann offenbar scheitern an Umständen wie dem Tod eines Menschen oder einem Unwetter, das eine Schlacht entscheidet, die in bezug auf die Geschichte der Gesellschaft zufällig sind; daher ist die *Zufallstheorie* Cournots, die aus ähnlichen Bemerkungen eine Beschränkung des historischen Determinismus ableitet, unwiderlegbar.

Die Abschätzung der Bedeutung derartiger zufälliger Ereignisse, kurz die Bestimmung der Grenzen des erwähnten Determinismus erscheint noch heute als das große Problem der Geschichtsphilosophie.

§ 18. Die der wissenschaftlichen Erkenntnis zugrunde liegenden Annahmen.

Wir waren gezwungen, neben dem Typus der wissenschaftlichen Tatsache, wie ihn die Physik darbietet, einige Arten von Tatsachen zu besprechen, die ziemlich weit von ihm abzuliegen scheinen. Kehren wir jetzt zu ihm selbst, wenn man will zu seinem vollkommensten Ausdruck zurück, um an ihn einige Überlegungen allgemeinen Charakters zu knüpfen.

Vor allem erscheint die wissenschaftliche Tatsache, deren Physiognomie wir gezeichnet haben, in einem steten

Fortschritt begriffen, indem sie zu immer größerer Bedingtheit und Allgemeinheit aufsteigt und so immer mehr rohe Tatsachen in sich zusammenfaßt.

Aber ein anderer Umstand zieht unsere Aufmerksamkeit auf sich. Bei diesem Fortschritt entfernt sie sich immer mehr von der Wirklichkeit, die unmittelbar unter das Urteil der Sinne fällt; der Kreis der Hypothesen erweitert sich weit über die gewöhnlichen Bedürfnisse des Lebens hinaus; der Bereich der Erkenntnis dehnt sich über eine Vielheit von Tatsachen aus, deren Bestätigung praktisch unmöglich wird und die sich dennoch untereinander stützen, wie die Glieder einer Kette, deren Enden in unseren Händen sind.

Nur die Gewohnheit verhindert uns zu sehen, wieviel Hypothetisches einige Tatsachen enthalten, die wir für Gegenstände unmittelbarer Beobachtung halten.

Man kann sich nichts Evidenteres denken als die Existenz einer aus glühender Masse bestehenden Sonne. Und doch setzt diese Behauptung der Astronomie eine ganze Reihe unverifizierbarer Empfindungen voraus. Ja, die Tatsache, die man heute als der Beobachtung jedermanns zugänglich betrachtet, wurde in der unsrigen ziemlich nahen Kulturperioden nicht angenommen. So empörte sich das hellenische Volk, das wir doch als ein Vorbild hoher Kultur betrachten, über den Philosophen, der den göttlichen Apollo in unerhörter Weise materialisierte und in der Sonne einen brennenden Körper *größer als der Peloponnes* zu sehen wagte!

Prüfen wir die Bedeutung der in der wissenschaftlichen Erkenntnis enthaltenen Annahmen.

Eine Tatsache annehmen bedeutet:

1. Gegebene Empfindungen unter gewissen zukünftigen Bedingungen erwarten (oder voraussehen);
2. Zwischen die augenblicklichen oder herstellbaren Empfindungskomplexe andere einschalten, die ihre

Verknüpfung zu gegebenen Voraussichten ermöglichen.

Die erste Bedeutung bezieht sich auf das Gebiet der *Erfahrungen*, die als *möglich* angesehen werden. Die Feststellung der Grenzen dieses Gebietes ist schwierig und hängt, wenigstens teilweise, von dem Stande der Kenntnisse ab, denn die Verwirklichung gewisser schwieriger Bedingungen, die heute unmöglich scheint, kann morgen gelingen.

Jedenfalls schreibt man unabhängig von der *konkreten* Möglichkeit denjenigen Annahmen eine *begriffliche* Möglichkeit zu, die lediglich eine *Erweiterung* der *Bedingungen*, unter denen zurzeit das Experiment angestellt werden kann, und der ihm entsprechenden *bekannten Empfindungen* enthalten. So spricht man von *entfernten Tatsachen* ähnlich wie von naheliegenden, und von *sehr großen* oder *sehr kleinen* Gegenständen, wo nur eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Sinnesdaten ohne Änderung ihres eigentlichen Charakters erfordert wird; gewisse Instrumente, wie das Teleskop oder das Mikroskop usw., geben dieser Erweiterung der Wahrnehmung eine konkrete Bedeutung.

In bezug auf die zweite Bedeutung ist die Möglichkeit von Annahmen in keiner Weise durch die Unmöglichkeit, die erforderlichen Bedingungen zu realisieren, beschränkt; an Stelle der *direkten* Bestätigung tritt dann eine unbegrenzt ausdehnbare *indirekte;* in dieser Fortsetzbarkeit liegt eine Eigenschaft der *Tatsachenhypothesen*, denen eine Vorstellung entspricht, die in jeder Beziehung und ohne notwendige Beschränkung vervollständigt werden kann.

Nur bei dem Prozeß der Erwerbung der Erkenntnis, nicht in der fertigen positiven Wissenschaft, begegnen wir neben diesen noch anderen *(vorstellungsmäßigen)* Hypothesen, bei denen die Bedingungen und die mit

ihnen verknüpften Empfindungen nicht nur über die augenblicklich durch die Praxis gezogenen Grenzen hinausgehen, sondern wo sie *unnatürlich* sind, insofern sie uns zwingen, von gewissen Daten zu abstrahieren, die in ähnlichen Fällen das Experiment liefert, und so die Vorstellung der angenommenen Tatsache beschränken. Die Gegenstände, die diesen Vorstellungen entsprechen, können folglich nicht als *wirkliche* Dinge gedacht werden, sondern nur als *Scheinwesen*, die eine (etwas unbestimmte) Vermittlerrolle zwischen den Tatsachen spielen; so z. B. die *Bilder* des Atoms, des Äthers usw.

§ 19. Der Wert der wissenschaftlichen Erkenntnis.

Eine andere Überlegung von allgemeinem Charakter betrifft die Frage, die sich wiederholt wenigstens implizite bei der Analyse des „Faktums" einstellte, nämlich die nach dem *Wert* der wissenschaftlichen Erkenntnis.

Eine tiefer gehende Untersuchung dieser Frage würde notwendig das Gebiet der Wissenschaft verlassen, denn die wissenschaftliche Tatsache stellt sich letzten Endes dar als eine Summe von rohen Tatsachen und ihr Interesse hängt daher ab von dem Interesse an jenen und ist folglich Gegenstand von *Werturteilen*, die von verschiedenen Kriterien abhängen können, je nach den Zwecken, die man sich setzt.

Aber innerhalb der Grenzen der Wissenschaft fällt das Urteil über den Wert der allgemeinen und abstrakten Beziehungen, das ihre Fähigkeit, die Tatsachen zusammenzufassen und darzustellen, mißt und ihre *Unterschiede* und *Ähnlichkeiten* untersucht in einer schon als interessant gegebenen Beziehung, nämlich in Hinsicht auf den Erkenntniszweck. Unter diesem Gesichtspunkt bildet die *Anzahl* der in einer wissenschaftlichen Tatsache vereinigten rohen Tatsachen, d. h. ihre Allgemeinheit, nicht das einzige Maß ihres Wertes; vielmehr ist

daneben noch ein subjektives Element zu berücksichtigen, nämlich die *Art der Zusammenfassung* derselben rohen Tatsachen, von der die Leichtigkeit konkreter Voraussicht und die Möglichkeit weiteren Fortschreitens der Wissenschaft abhängen.

§ 20. Die Erkenntnis durch Begriffe.

Sehen wir uns diese subjektive Seite der wissenschaftlichen Erkenntnisse etwas näher an!

Während ihr wirklicher Gehalt an Tatsachen wächst, die sozusagen zu allgemeineren Invarianten summiert werden, paßt sich die Form der Voraussicht immer mehr der Mannigfaltigkeit der Fälle an, indem sie immer unbestimmter wird.

Daher bilden die allgemeinen Beziehungen, für sich genommen, nicht lediglich „Summen von rohen Tatsachen", sondern sie enthalten, wie wir bereits sahen, eine *Abstraktion* oder Elimination von Gegebenem. Die wissenschaftliche Tatsache hat die Form einer *vereinfachten Tatsache*, den *Typus einer Reihe von möglichen Tatsachen;* und die konkrete Voraussicht kommt zustande, indem man zu dem Typus die Erkenntnis der als *zufällig* angesehenen *Elemente* hinzunimmt, die eine bestimmte reale Tatsache in der Reihe charakterisieren.

Nun nennt man einen solchen Typus *Begriff*, und man kann daher sagen, daß *die wissenschaftliche Erkenntnis das Bestreben hat, sich in Begriffen zu vollziehen;* hierin spricht sich ein Umstand von größter Wichtigkeit aus, den man bis auf Aristoteles zurückverfolgen kann, und den Kant seiner „transzendentalen Logik" zugrunde gelegt hat; es scheint aber jederzeit möglich, aus ihr neue und für die Theorie der Wissenschaft fruchtbare Folgerungen zu ziehen.

Die Tatsachen in Begriffen wiedergeben, heißt, wie gesagt, verknüpfen und abstrahieren, die rohen Daten

vereinigen und sie dann wieder trennen, indem diejenigen Bestandteile *ausgewählt* werden, die als *wesentliche* konstitutive Merkmale den Begriff ausmachen werden, und die *zufälligen* beiseite gelassen werden.

Eine ähnliche Auswahl trifft man, wie bemerkt (§ 5), schon in der gewöhnlichen Erkenntnis, und man kann sagen, daß sie zu der willkürlichen Disposition der Empfindungen gehört, die der erkannten Tatsache entsprechen, man kann diesen Parallelismus noch weiter verfolgen; die *Begriffsbildung* bildet nämlich die *willkürliche Voraussetzung* der wissenschaftlichen Tatsache, insofern sie eine Auswahl von Daten und damit eine *Disposition von Experimenten* erfordert.

Die Wichtigkeit dieses willkürlichen Elementes erhellt aus der Vergleichung *verschiedener Begriffe*, unter die eine gewisse Gruppe von Erfahrungen in gleicher Weise untergeordnet werden kann; dann entsteht nämlich eine gewisse *Willkürlichkeit* der wissenschaftlichen Erkenntnis, die nur verschwindet, wenn man die Begriffe unter dem Gesichtspunkt der *Erleichterung der Voraussicht* und ihrer *extensiven Ausdehnung* betrachtet.

Aber um diese Fragen zu diskutieren, muß man die Wissenschaft nicht als etwas Fertiges betrachten, sondern in ihrer Entwickelung, wo dann an die Stelle von *feststehenden Tatsachen Hypothesen und Theorien* treten.

Gehen wir also dazu über, die Erwerbung der Erkenntnisse zu behandeln, indem wir zuerst die historische Stellung des Problems auseinandersetzen und dann zeigen, wie seine Lösung sich an die oben ausgesprochene Lehre von der begrifflichen Erkenntnis knüpft.

§ 21. Empirismus und Rationalismus.

Bei der kritischen Prüfung der Erkenntnis, die, beim Zweifel beginnend, zu immer festerem und befriedigenderem Vertrauen führt, müssen wir auch von den Mitteln

der wissenschaftlichen Forschung sprechen. Es sind dies *Beobachtung*, *Experiment* und *Reflexion*.

Ohne in eine nähere Erörterung einzutreten, wollen wir nur bemerken, daß die beiden ersten häufig dem rationellen Verfahren entgegengesetzt werden. Der Streit zwischen *Empirismus* und *Rationalismus* entsteht gerade aus dieser falschen Art, sich die Dinge vorzustellen.

Aber der Streit ist heutzutage abgeschlossen für denjenigen, der verstanden hat, welche Stellung die verschiedenen Forschungsmethoden in der modernen Wissenschaft einnehmen. Und es ist bekannt, daß ganz verschieden erzogene Menschen auf verschiedenen Wegen zu dem gleichen Ergebnis gelangt sind. Besonders glücklich scheint mir die Art, wie Claude Bernard in seiner klassischen „Introduction à la Médecine expérimentale" die Frage behandelt.

Heutzutage verweist man den Anspruch, den Geheimnissen des Weltalls durch Überlegung auf die Spur zu kommen, ihre Enthüllung in den Gesetzen unseres Geistes zu finden, unter die Hirngespinste.

Aber anderseits ist klar, daß keine Beobachtung und kein Experiment irgendwelchen Wert hat, wenn es sich nicht auf ein Raisonnement stützt; andernfalls sind wir darauf angewiesen abzuwarten, ob die Natur so liebenswürdig ist, uns zu unterrichten, indem sie uns durch Zufall Fragen beantwortet, die wir nicht zu deuten vermögen.

Man braucht sich übrigens nur daran zu erinnern, wie wir den Kreis der Annahmen sich erweitern sahen, die immer tiefer in das Gebiet der wissenschaftlichen Realität eindringen, um einzusehen, wie weit wir von jenem beschränkten Empirismus entfernt sind, der nach dem Grundsatz des Apostels St. Thomas nur der unmittelbaren Sinneswahrnehmung Glauben schenkt.

Der Prozeß der Forschung erscheint uns heute als eine Geistestätigkeit, die, von den Empfindungen ausgehend, durch eine mehr oder weniger lange Schlußkette zu ihnen zurückkehrt.

Die verschiedenen Etappen dieses Prozesses werden von den verschiedenen Autoren, z. B. von Bernard und von Stanley Jevons, in ähnlicher Weise beschrieben; der letztere unterscheidet die *vorläufige Beobachtung*, die *Hypothese*, die *Deduktion* und die *Verifikation*. Diese letzte kann gleichfalls ein Experiment oder eine Beobachtung sein, je nachdem es sich darum handelt, vorausgesehene Empfindungen einfach *abzuwarten* oder sie *hervorzurufen*, indem man an den Erscheinungen, die den Gegenstand der Untersuchung bilden, willkürliche Änderungen vornimmt.

§ 22. Die Erwerbung der Erkenntnis.

Die Untersuchung Jevons ist unwiderleglich vom Standpunkt der Logik und besonders hinsichtlich der Stellung, die der Hypothese in der Wissenschaft angewiesen wird; von ihr hat E. Naville in einer interessanten Monographie über „la logique de l'hypothèse" gezeigt, daß die klarsten unter den wissenschaftlichen und philosophischen Geistern ihre Bedeutung erkannt haben.

Allerdings wird in der Praxis des Denkens die Hypothese oft stillschweigend hinzugedacht, so daß der tatsächliche Prozeß der Erwerbung der Erkenntnisse dem Anscheine nach von dem oben angegebenen logischen Schema abweicht. Jedenfalls gibt dieses Schema keine Rechenschaft von der Entstehung der Hypothese, denn dieser psychologische Vorgang beruht auf der Divinationsgabe des Genies.

Wir wollen an ein von Jevons erwähntes Beispiel erinnern: Torricelli entdeckt den Luftdruck, indem er

von der Beobachtung ausgeht, daß das Wasser in den Pumpen bis zu einer Höhe von zehn Metern steigt, und indem er durch Überlegung auf das Experiment mit dem Barometer geführt wird.

Hier ist deutlich die Hypothese vor dem Versuch erdacht. Aber in anderen Fällen, und dies sind vielleicht die häufigeren, bleibt sie verborgen und ist schwer aufzudecken.

Man erinnert sich z. B. des Raisonnements, das Galilei erlaubte, das Versuchsergebnis vorauszusehen, nach dem die schweren Körper mit gleicher Geschwindigkeit zu Boden fallen, ein Ergebnis, das die irrtümliche Annahme einer der Masse proportionalen Geschwindigkeit zerstörte. Galilei dachte sich zwei gleiche Massen, die nebeneinander fallen: sie werden gleiche Geschwindigkeiten annehmen. Vereinigen wir nun, sagt er, die beiden Massen; keine von beiden wird die Geschwindigkeit der anderen erhöhen können, so daß die Gesamtmasse, die Summe der beiden, sich noch immer mit derselben Geschwindigkeit bewegen wird.

Der Versuch, der dieses Ergebnis verifizierte, war in Galileis Augen eine einfache Bestätigung, deren er für seinen Teil vielleicht nicht einmal zu bedürfen glaubte, da die einfache eben wiedergegebene Überlegung ihm a priori darüber Gewißheit verschaffte.

Aber diese Überlegung setzt voraus, daß der Fall der schweren Körper von einer Kraft bewirkt wird, die auf jeden Körper so wirkt, als ob er von allen anderen isoliert wäre, und diese Hypothese ist wesentlich äquivalent einer Verallgemeinerung der Tatsache selbst, die bewiesen werden sollte. Allerdings erscheint sie am meisten dem Ursachenbegriff zu entsprechen, der aus der anorganischen Natur entnommen ist, wo die Ursachen sich im allgemeinen summieren, ohne aufeinander einzuwirken.

Man übertrage jedoch denselben Gedankengang auf das Gebiet des Lebens! Man wende ihn z. B., wie man es für zulässig gehalten hat, auf psychologische Erscheinungen an. Man wird dadurch dazu geführt, den Willen und die Handlungen einer Menge einfach als die Resultante der Motive aufzufassen, welche auf die sie zusammensetzenden Individuen einwirken, und man stellt infolgedessen Voraussagen auf, die durch die Erfahrung Lügen gestraft werden. Der erwähnte Ursachenbegriff ist nämlich auf dieses Tatsachengebiet nicht anwendbar, wie die neueren Forschungen über Kollektivpsychologie deutlich gezeigt haben.

Die Theorie, nach der die Erkenntnis das Bestreben hat, sich in Begriffen zu vollziehen, ist geeignet, die erwähnten erkenntnistheoretischen Schwierigkeiten zu beseitigen.

In Wirklichkeit nämlich ist die Etappe des induktiven Raisonnements, die der Deduktion voraufgeht, nicht die Hypothese, die in mystischer Vorahnung der Tatsachen ausgesprochen wird, sondern der Begriff, durch den die Tatsachen selbst vorgestellt werden sollen und der aus den vorläufigen Beobachtungen durch eine (oft unbewußte) Assoziations- und Abstraktionsarbeit gewonnen wird. Jeder so gebildete Begriff enthält Hypothesen, aber diese müssen erst von einer Kritik herausgestellt werden, die die Ergebnisse der darauf bezüglichen Anschauung ausspricht.

Im ersten Beispiel hat Torricelli das Steigen des Wassers in den Pumpen dem Begriff des Gleichgewichts zweier Flüssigkeiten in kommunizierenden Gefäßen untergeordnet, einem Begriffe, der eine Messung des Druckes voraussetzt, der von einer der Flüssigkeiten proportional der Höhe und der Dichtigkeit der anderen auf die Flächeneinheit ausgeübt wird.

Im zweiten Beispiele hat Galilei, wie wir schon hervorgehoben haben, seine Hypothese dem allgemeinen

Begriffe einer Kraft untergeordnet, die den Fall der Körper hervorruft, und deren Wirkung auf diese von ihren Verbindungen unabhängig ist.

Wir stellen also dem von Jevons entworfenen logischen Schema des Induktionsverfahrens ein psychologisches gegenüber, das folgende Stadien umfaßt: die *vorläufige Beobachtung*, den *Begriff, der sie hypothetisch wiedergibt*, die *Deduktion* und die *Verifikation*.

Wir lernen so den Vorgang der Erkenntnis in seiner Realität zu begreifen und uns die geheimnisvollen Kräfte des Genies zu erklären, dem man die göttliche Gabe der Prophetie zuschreibt. Und es wird in der Tat verständlich, daß die Untersuchung des Ursprungs der Begriffe zeigen kann, daß eine feinere Empfindung und eine weiter ausgebreitete Assoziation gestatten, aus einer kleinen Zahl von Beobachtungen Begriffe zu abstrahieren, die geeignet sind, die Tatsachen adäquat darzustellen. Anderseits erinnert uns die Bemerkung, daß ein erster Teil des Raisonnements oft in einer unbewußten Arbeit besteht, an die vielen Fehlerquellen, die solchen Voraussagen anhaften.

Es sei hier bemerkt, daß die neuen degenerativen Theorien des Genies (über die wir uns kein Urteil erlauben wollen) dem erwähnten Begriff von einer genialen Fähigkeit nicht zu widerstreiten scheinen, zeigt sich doch die Hyperästhesie gewisser Assoziationsbahnen des Gehirns häufig verbunden mit einer geringeren Ausbildung anderer Gehirnfunktionen.

§ 23. Wissenschaftliche Theorien.

Der oben beschriebene Vorgang, der, objektiv betrachtet, die Erkenntnis der *wissenschaftlichen Tatsache* bildet, stellt sich von der subjektiven Seite als eine *Theorie* dar. Als wissenschaftliche Theorie bezeichnet man also jeden Begriff oder jedes System von solchen, das durch

Induktion aus vorhergegangenen Beobachtungen gewonnen ist, und dem vermittels einer deduktiven Entwickelung mehr oder weniger vollkommen verifizierte angenommene Tatsachen untergeordnet werden.

Es kommt zuweilen vor, daß die induktive und die deduktive Phase sich in der wirklichen Entwickelung durchkreuzen, so daß die Theorie nur dadurch auf den oben beschriebenen Vorgang zurückgeführt werden kann, daß man sie in eine Reihe von Theorien zerlegt, die in der Weise untereinander verkettet sind, daß die Folgen der einen als Voraussetzungen der folgenden an Stelle von Beobachtungen angenommen werden.

§ 24. Die Theorie der Gravitation.

Wir wollen an ein klassisches Beispiel anknüpfen, indem wir uns bemühen, die Erfindung der Newtonschen Gravitationstheorie psychologisch zu rekonstruieren.

Die vorangehenden astronomischen Beobachtungen, ergänzt durch Interpolation, finden ihren Ausdruck in den Keplerschen Gesetzen:

1. Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
2. Die von den radii vectores beschriebenen Flächen sind den Zeiten, in denen sie beschrieben werden, proportional.
3. Die Quadrate der Umlaufszeiten sind den Kuben der großen Achsen proportional.

Dieselben Gesetze gelten für die relative Bewegung der Satelliten des Jupiter und der anderen Planeten, abgesehen davon, daß das dritte nur im Falle mehrerer Satelliten Anwendung findet; die beiden ersten Gesetze gelten im besonderen auch für die Bewegung des Mondes um die Erde.

Der erste Schritt der Analyse Newtons besteht einfach in der Ersetzung des Keplerschen Begriffs

eines Systems von elliptischen Bahnen mit gemeinsamem Brennpunkt durch den Begriff eines Attraktionszentrums, um das herum sich die Planeten (oder die Satelliten eines Planeten), die als Punkte betrachtet werden, bewegen. Und die Idee ist offenbar durch eine grandiose Assoziation hervorgerufen, durch die der Gedanke auf die von HUYGHENS untersuchten Fälle gelenkt wurde, wo aus der Bewegung eines Punktes in einer geschlossenen Bahn auf eine nach innen gerichtete Kraft geschlossen wurde, die der Zentrifugalkraft das Gleichgewicht hält. Im Falle eines mit einem Faden an einem Mittelpunkt befestigten Massenpunktes, der einen Kreis mit gleichförmiger Geschwindigkeit beschreibt, ist ja die (durch die Spannung des Fadens gemessene) Anziehungskraft gegen den Mittelpunkt gerichtet, und ihre Größe ist dem Quadrate des Radius umgekehrt proportional.

Nun ist dies aber ein besonderes Beispiel, in dem die beiden ersten KEPLERschen Gesetze erfüllt sind. Eine wohlbekannte Deduktion führt dazu, den Schluß (mit HUYGHENS) auf den allgemeinen Fall auszudehnen: ein Punkt, der sich in einer geschlossenen Bahn so um ein Zentrum bewegt, daß das zweite KEPLERsche Gesetz erfüllt ist, besitzt eine nach diesem Zentrum gerichtete Beschleunigung; und wenn die Bahn eine Ellipse und das Rotationszentrum einer ihrer Brennpunkte ist, so wird die Beschleunigung dem radius vector umgekehrt proportional.

Die Bewegung läßt sich also erklären durch die Annahme einer Kraft, die der Entfernung umgekehrt proportional ist, ihren Sitz im Zentrum hat und sich mit einem dem Körper in einem gewissen Augenblick erteilten Impuls vereinigt, der einer gewissen Ungleichung genügt.

Man hat zunächst den Vorteil, die KEPLERsche Hypothese in zwei andere zerlegt zu haben: in eine Anziehungskraft und einen einer Ungleichung unter-

worfenen Anfangsimpuls. Lassen wir diese letzte Bedingung fallen; wir erhalten dann mögliche Bewegungen in hyperbolischen und parabolischen Bahnen, die unter den Newtonschen Begriff fallen und eine unmittelbare Verallgemeinerung der Bewegung der Planeten um die Sonne darstellen. Die Bewegungen in fast parabolischen (und vielleicht auch hyperbolischen) Bahnen finden sich bei den Kometen annäherungsweise verwirklicht. Und zu den Kometen sind neuerdings die Sternschnuppen hinzugetreten (Schiaparelli).

Sehen wir jetzt von dieser Verallgemeinerung ab und nehmen wir an, die beiden Keplerschen Gesetze seien in etwas größerer Allgemeinheit ausgesprochen als gewöhnlich; wir nehmen ferner das dritte hinzu, nach dem die von der Sonne auf die Planeten und vom Jupiter auf seine Satelliten ausgeübte Anziehungskraft der angezogenen Masse proportional ist. Kann man dann sagen, daß die Begriffe, durch die bei Kepler und bei Newton die Tatsachen den Theorien untergeordnet werden, gleichwertig sind?

Gewiß, wenn die Entwickelung der Newtonschen Theorie bei der logischen Umformung der Keplerschen Hypothesen stehen bleibt, muß die Äquivalenz eine vollständige sein. Es kann dabei nichts herauskommen, was nicht in den Prämissen steckt, und vor allem nichts, was ihnen widerspricht.

Aber der Wert dieser Umformung beruht auf den folgenden Umständen:

1. fallen unter den Newtonschen Begriff noch andere Tatsachen als die ursprünglich betrachteten astronomischen.
2. zweitens ruft er vermöge einiger Analogien und einer gewissen Einfachheit und Symmetrie *neue Hypothesen* hervor, die diejenigen korrigieren, von denen man ausgegangen war.

Die Sage berichtet, daß das Fallen eines Apfels Newton auf den Gedanken brachte, die Bewegung der auf der Erdoberfläche fallenden Körper mit der des Mondes zu vergleichen. Wenn die Anziehungskraft der Erde nicht nur auf den Mond, sondern auf alle Körper im umgekehrten Verhältnis des Quadrates ihrer Entfernung wirkt, so daß die gewöhnliche Schwere als Spezialfall darunter fällt, so muß es möglich sein, den Wert der Galileischen Konstanten g (der Beschleunigung durch die Schwerkraft) aus der Beschleunigung zu berechnen, die der Mond erfahren würde, wenn man ihn sich auf die Erdoberfläche gebracht denkt. Man erhält eine erste Annäherung, wenn man die Beschleunigung des Mondes mit 60^2 multipliziert, unter der Annahme, daß die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde das 60fache des Erdhalbmessers beträgt; dadurch bekommt man schon ziemlich genau den Wert von g!

Hier entstehen nun vermöge suggestiver Assoziationen aus der so erhaltenen Darstellung der Tatsachen die neuen Hypothesen, die das Keplersche System korrigieren.

Die Sonne zieht die Planeten an, die Planeten die Satelliten; speziell zieht die Erde den Mond an, aber ihre Anziehung wirkt nicht nur auf diesen, sondern auf alle Körper, die sie umgeben, und erscheint an ihrer Oberfläche als Schwerkraft. Der Schritt, der noch zu tun ist, ist eine einfache Erweiterung der Hypothese; vor allem: Jeder Himmelskörper zieht jeden anderen an, und zwar stets mit einer Kraft, die dem Produkte der Massen proportional und dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist.

Abgesehen davon, daß diese Erweiterung Einschränkungen beseitigt, für die a priori kein Grund einzusehen ist, ergibt sie sich zum Teil schon aus der Verfolgung der Analogie mit dem an ein Zentrum gebundenen

Massenpunkt, wo der zentripetalen Wirkung eine gleiche und entgegengesetzte zentrifugale Gegenwirkung entspricht. Zunächst sah sich NEWTON veranlaßt, das Prinzip der Wirkung und Gegenwirkung allgemein auszusprechen, und leitete sofort daraus ab, daß auch die Planeten die Sonne anziehen; daraus folgt noch keine eigentliche Korrektion der KEPLERschen Gesetze, solange sie als Ausdruck der relativen Bewegung betrachtet werden. Warum sollen nun aber die Planeten sich nicht ebenso untereinander gegenseitig anziehen? Wenn die Wirkung dieser Anziehung sehr beträchtlich wäre, so wären die KEPLERschen Gesetze merklich falsch; da es sich aber um ziemlich kleine *Störungen* handelt, die nur kurze Zeit dauern, so kann man davon ausgehen, daß die Hypothesen KEPLERS nur eine erste Annäherung darstellen, und daß man eine schärfere Annäherung erhält, wenn man die erweiterte Attraktionshypothese hinzunimmt.

Es ist allgemein bekannt, daß dies tatsächlich zutrifft, hatten wir doch schon Gelegenheit, unter den Bestätigungen der NEWTONschen Theorie die glänzende Entdeckung des *Neptun* zu erwähnen.

Der letzte Schritt besteht in der Ausdehnung der Attraktionshypothese auf beliebige materielle Körper; die Anziehung der Himmelskörper wird dann nicht als eine Kraft betrachtet, die ihren Sitz in den Schwerpunkten hat, sondern als Resultante von Kräften, die von den einzelnen Teilen ausgehen.

Hier wird eine ganz neue Tatsache angenommen, die unmittelbar durch die Versuche von CAVENDISH bestätigt wird, die von vielen Experimentatoren weiter verfolgt und verbessert worden sind: dazu kommen die mittelbaren Bestätigungen durch AIRY, der die Variation der Schwerkraft im Erdinnern maß, durch CARLINI, der den Einfluß gemessen hat, welchen nahe gelegene Berge auf die Schwerkraft üben, usw. Anderseits

führt die so erweiterte Hypothese auf astronomischem Gebiete zu einer Verbesserung der Theorie, insofern die *Form* der Himmelskörper berücksichtigt wird; speziell entspricht der Abplattung der Erde an den Polen tatsächlich eine charakteristische Störung der Mondbewegung, die von LAPLACE bestimmt wurde.

Die nach der allgemeinen Gravitation benannte Theorie, die das Problem der Bewegung im Planetensystem mit einem Grade von Genauigkeit löst, der von keiner anderen physikalischen Theorie übertroffen wird[1]), erweitert sich in wunderbarem Fortschritt nach mehreren Richtungen. Die relativen Bewegungen der *Doppelsterne*, die seither von HERSCHELL in den entferntesten Himmelsgegenden beobachtet wurden, passen sich der NEWTONschen Erklärung an.[2]) Ja sogar die *Form* der Himmelskörper und der Erde im besonderen konnten befriedigend erklärt werden durch die gegenseitige Anziehung der verschiedenen Teile unter der Annahme eines flüssigen Urzustandes der Körper (MACLAURINS Ellipsoide); die Hypothese CLAIRAUTS, daß die Dichtigkeit der Erde nach konzentrischen Ellipsoiden variiert, gestattet eine Berechnung a priori der Verkürzung der Polarachse der Erde; man findet den Wert:

$$E = \frac{1}{292{,}4},$$

was gut übereinstimmt mit dem Ergebnis der geodätischen Messungen, die (nach CLARKE) ergeben:

$$E = \frac{1}{293{,}5}.$$

Es kam auf der Erde die Bestimmung der Gezeiten hinzu, die schon NEWTON mit der Anziehung des Mondes

1) Vgl. besonders das letzte Kapitel des „Traité de Mécanique céleste" von TISSERAND (Gauthier et Villars, Paris 1889—1896).

2) Vgl. besonders die Note von Darboux und Halphen in den „Comptes rendus de l'Acad. des Sciences de Paris" Bd. 84.

in Verbindung gebracht hatte, und für die Laplace bestimmte für die Seefahrer nützliche Voraussagen aufgestellt hat.

Wo wird diese Entwickelung enden?

Die Erscheinungen der *Adhäsion* und der *Kapillarität* zeigen, daß bei sehr kleinen Entfernungen die Kräfte größer sind als die Newtonsche. Das führte daher zu einer neuen Erweiterung der Hypothese: Zentralkräfte, deren Abhängigkeit von der Entfernung sich durch eine Reihenentwickelung nach negativen Potenzen darstellen läßt; alle Glieder der Entwickelung jenseits der Potenz — 2 könnten dann vernachlässigt werden, wenn es sich um merkliche Entfernungen handelt.

Wir wollen die Diskussion der hier entstehenden Fragen nicht weiter fortsetzen, sondern für einige derselben auf Kapitel VI verweisen.

Nur folgendes wollen wir bemerken: Da die Newtonsche und jene allgemeinere, die wir erwähnten, sich für astronomische Approximationen als *gleichwertig* herausstellen, so steht uns hier die Wahl frei, und wir entscheiden uns für die erste Formel auf astronomischem Gebiete, weil sie ein *leichter zu handhabendes Werkzeug der Voraussage* ist.

§ 25. Kritik der Theorien.

Das Beispiel der Newtonschen Theorie, die wir in ihren aufeinanderfolgenden Entwickelungsstadien betrachteten, beleuchtet vor allem folgende Umstände:

1. Die Bildung der Begriffe und die daraus folgende Entwickelung der Hypothesen aus der Verbindung verschiedener Beobachtungen.
2. Die Abstraktion von einem Teil des Gehalts und die daraus sich ergebende wachsende Unbestimmtheit der Theorien. In der Tat werden beim Übergang von den Keplerschen zum Newtonschen Gesetz

zunächst gewisse zufällige Konstanten eliminiert (Anfangslage und Anfangsgeschwindigkeit), die für die verschiedenen Fälle durch die verifikatorischen Beobachtungen bestimmt werden.

3. Die Unterordnung neuer Beziehungen unter eine allgemeine Theorie durch *Hilfshypothesen.*
4. Die *Gleichwertigkeit* verschiedener Systeme von Begriffen in bezug auf eine gewisse Gruppe von darzustellenden Tatsachen und die Entwickelung *verschiedener Hypothesen für ein erweitertes Gebiet von Beziehungen* aus diesen Begriffen.
5. Die *Gleichwertigkeit verschiedener Hypothesen* in bezug auf eine Reihe von Beobachtungen und Experimenten unter Voraussetzung *eines bestimmten Genauigkeitsgrades.*

Aus den Umständen 4. und 5. ergeben sich verschiedene Arten, *innerhalb eines bestimmten Bereichs von Voraussagen die Theorien zu vereinfachen;* und im zweiten Falle kann die Vereinfachung quantitativ abgeschätzt werden.

Nun kann sich der Prozeß der Begriffsbildung ungeheuer erweitern, wenn man zu den wirklichen Gegenständen *Phantasiegebilde* hinzunimmt (vgl. § 18), um so gewisse Assoziationen noch weiter zu verfolgen und ihnen durch die Einbildungskraft zu Hilfe zu kommen.

Derartigen Fiktionen läßt sich a priori keine Grenze setzen; aber man muß verlangen, daß neben der Entwickelung der Theorien in dieser Richtung eine angemessene Kritik einhergeht.

Die so erweiterte theoretische Erkenntnis bezieht sich nicht mehr auf eine Gesamtheit von realen Beziehungen, die durch die Erfahrung bestätigt werden können; neben der *physikalischen* Welt dieser letzteren schafft sie eine eingebildete *metaphysische* jenseits aller möglichen Experimente und denkt beide als nicht

unterschiedene Teile (wenn auch die eine als *sichtbar* die andere als *unsichtbar*) einer und derselben Wirklichkeit. Es ist nun Aufgabe der Kritik, die Hypothesen und die Folgerungen, die sich auf diese beiden Teile beziehen, zu trennen; schließlich hat doch nur das, was sich auf den ersten Teil bezieht, eine *reale Bedeutung*, d. h. bildet eine wirkliche Erkenntnis, während das, was an der Theorie imaginär ist, lediglich als *Mittel der Erkenntnis* betrachtet werden darf. Dieses Mittel ist nur deshalb wirksam, weil das System der Bilder mit dem der Tatsachen verkettet ist, aber dieser Wirksamkeit entspricht die Schwierigkeit, den Wert der erhaltenen Ergebnisse zu beurteilen. Daher muß die Kritik einer Theorie zu einer Umformung der in ihr angenommenen *Hypothesen* führen in der Weise, daß die in ihr enthaltenen *physikalischen Hypothesen* getrennt werden von den *indifferenten* (metaphysischen), die sich nur auf die Phantasiegebilde beziehen und *Bilder* ergeben, die zwar *verschieden*, aber in bezug auf eine *bestimmte Gruppe von Tatsachen gleichwertig* sind.

Es muß hier hervorgehoben werden, daß die Äquivalenz zweier Systeme von Bildern in bezug auf die Wirklichkeit von den Verknüpfungen abhängt, die man zwischen den Phantasiegebilden und den physikalischen Objekten annimmt, und daß daher *indifferente Hypothesen eine physikalische Bedeutung gewinnen können, wenn die Theorie ausgedehnt* und demselben System von Bildern eine umfassendere Gruppe von Tatsachen untergeordnet wird.

Wir wollen das Gesagte an einigen Beispielen erläutern.

§ 26. Poissons elektrostatische Theorie.

Bekanntlich ist es Poisson gelungen, die elektrostatischen Erscheinungen einer Theorie unterzuordnen, die mit der Newtonschen eng verwandt ist.

Das Wort „*Elektrizität*“ erweckt die Vorstellung einer bestimmten Nervenerschütterung, die die Erscheinungen der elektrischen Entladung begleitet (Funken usw.).

Wenn man die Umstände beobachtet, die dieser Tatsache vorausgehen oder sie bestimmen, so konstatiert man das Vorhandensein von Anziehungs- und Abstoßungskräften zwischen den Körpern, die in einen gewissen Zustand versetzt (elektrisiert) worden sind; dabei handelt es sich in jedem Falle um Kräfte von höherer Größenordnung als bei der Gravitation.

Die Erscheinungen der elektrischen Entladung und Anziehung passen zu dem Bilde zweier *einander anziehenden Flüssigkeiten*, deren Träger die elektrisierten Körper sind, die aber oberhalb einer gewissen Grenze den Widerstand überwinden, den diese Körper ihrem Ausströmen entgegensetzen. Um die beiden Wirkungsarten, die anziehende und die abstoßende, zu erklären, hat Poisson *zwei Flüssigkeiten* erdacht: *die positive* und *die negative Elektrizität.*

Wir können die *Hypothesen* folgendermaßen aussprechen:

1. Es existieren in den Körpern zwei elektrische Fluida, ein *positives* und ein *negatives*, die unter bestimmten Bedingungen *(statische Erscheinungen)* in den Körpern festgehalten werden, die sich in einem nicht leitenden Medium befinden, z. B. im Vakuum.
2. Es gibt *gute* und *schlechte Leiter (Nichtleiter);* bei den ersten erreicht die Verteilung der elektrischen Fluida fast augenblicklich einen Gleichgewichtszustand, der nicht von der Art der Ladung, sondern nur von der Form des Körpers und der Menge des in ihm enthaltenen Fluidums abhängt; in den zweiten zirkulieren die Fluida sehr langsam und können deshalb als von den Teilchen der Materie aufgehalten angesehen werden.

3. Jeder *nicht elektrisierte* Leiter enthält *gleiche* Mengen oder *Massen* der beiden Fluida (die einander *neutralisieren*). In einem elektrisierten Leiter befindet sich ein Überschuß des einen über das andere.
4. Gleichnamige Fluida ziehen sich an, ungleichnamige stoßen sich ab[1]), und die Wirkung (zwischen zwei Elementen) ist dem Produkt der Massen proportional.
5. Die Anziehungs- und Abstoßungskraft der Fluida zwischen zwei Volumelementen verhält sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung.

Diese Hypothesen stellen sich dar als Beziehungen, die z. T. zwischen den fiktiven Flüssigkeiten selbst, z. T. zwischen diesen und den Körpern stattfinden; man kann aus ihnen jedoch leicht *physikalische Hypothesen* herausschälen, die einige elementare Tatsachen ausdrücken.

Nr. 1 drückt nämlich die Beharrlichkeit des elektrischen Zustandes aus; Nr. 2 gewisse fundamentale Umstände der Elektrisierung durch Berührung oder durch Induktion; 5. drückt das *Gesetz von* Coulomb aus, und 3. und 4. die anderen experimentellen Bedingungen der elektrischen Wirkung:

a) Die von der Vereinigung zweier elektrisierter Elementarkörper ausgehende Kraft ist gleich der algebraischen Summe ihrer Einzelkräfte.
b) Wenn zwei elektrisierte Elementarkörper zur Berührung gebracht und darauf von neuem getrennt werden, so nimmt die Anziehungskraft des einen um denselben algebraischen Betrag zu, um den die des anderen abnimmt.

Es bleibt in den erwähnten Hypothesen 3. und 4. die *indifferente Annahme*, daß *bei gleicher Masse* die Wir-

1) Muß umgekehrt lauten (Anm. d. Übers.).

kung des positiven Fluidums gleich der des negativen ist. In der Tat kann, in Ermangelung einer Methode, die Massen unmittelbar zu vergleichen, das Verhältnis der sich neutralisierenden Massen als willkürliche Konstante betrachtet werden, der man auch einen von der Einheit verschiedenen Wert beilegen kann.

Was bleibt nach dieser Übersetzung noch übrig von der Grundhypothese? Welche physikalischen Folgen zieht die fiktive Existenz der elektrischen Fluida sonst noch nach sich?

Der Wert der vorerwähnten Hypothese bleibt unbestimmt, solange man den fiktiven Flüssigkeiten nicht irgendwelche Eigenschaften der wirklichen zuschreibt; es ist klar, daß der näheren Bestimmung des Systems von Bildern nach dieser Richtung a priori keine Grenzen gezogen sind. Man wende auf die elektrischen Fluida die Gesetze der Mechanik an und setze z. B. mit Gauss voraus, daß

6. die Gleichgewichtsbedingung erhalten wird, wenn man das Potential der elektrischen Massen auf sich selbst zu einem Minimum oder Maximum macht.

Man kann die Verteilung des Fluidums in einem elektrischen Leiter durch Rechnung bestimmen. Daraus folgt dann:

Die Elektrizität verteilt sich in einem Leiter nur auf der Oberfläche und nicht im Inneren, und die Oberflächenverteilung hängt in einer analytisch wohldefinierten Weise von der Elektrizitätsmenge (Masse) und der Form der Oberfläche ab. Dieses *Verteilungsgesetz* bildet die physikalische Grundtatsache, zu der die Theorie führt; es gibt dafür verschiedene Bestätigungen in den *Versuchen* Faradays, die die Nichtexistenz von Elektrizität im Innern der Leiter beweisen, in dem *Dispersionsvermögen der Spitzen* usw.

Man kann sogar in einem gewissen Sinne sagen, daß dieses Verteilungsgesetz mit der Poissonschen Theorie *äquivalent* ist; d. h. daß darin ihr ganzer *positiver Gehalt* zusammengefaßt wird; und mehr noch der erste Teil des Gesetzes ist für sich allein der Gesamtheit der übrigen Hypothesen äquivalent, sozusagen der mechanischen Vorstellung der elektrischen Fluida. Aus der Nichtexistenz von Elektrizität im Innern eines Leiters (Versuche Faradays) kann man nämlich ihrerseits die Gesetze der elektrischen Anziehung herleiten, und besonders das Coulombsche, das dadurch einen höheren Grad von Genauigkeit erhält als durch das direkte Experiment (Bertrand).

Es ist nun zu beachten, daß die Vorstellung, die der elektrostatischen Theorie Poissons zugrunde liegt, in einer in weiten Grenzen willkürlichen Weise abgeändert werden kann, indem man eine Reihe einander *äquivalenter Theorien* aufstellt.

Wir erwähnen nur die *Hypothese einer einzigen Flüssigkeit* und die von Maxwell, die an die Stelle von sich anziehenden und abstoßenden Massen ein elastisches Zwischenmedium setzt, das auf die elektrisierten Körper *Druck-* und *Zugkräfte* ausübt (vgl. Kap. VI).

Es ist schwer, diese Theorien zu vergleichen unter dem Gesichtspunkt der Leichtigkeit der Voraussage oder der Ökonomie in der Beschreibung der Tatsachen, die gleichermaßen in ihnen enthalten sind. Daher wird die Wahl durch andere Kriterien bestimmt, nämlich durch die Anpassungsfähigkeit an ein weiteres Gebiet von Beziehungen. In der Tat sind im Hinblick auf eine *Ausdehnung des Anwendungsgebietes der Theorie* die repräsentativen Hypothesen nicht mehr als indifferent zu betrachten; so ist z. B. die Theorie einer einzigen Flüssigkeit geeignet, gewisse Unterschiede zwischen den

beiden elektrischen Zuständen, dem positiven und dem negativen, zu erklären, die fürder nicht mehr symmetrisch behandelt werden können.

Aber vor allem in zwei Fällen bieten sich Probleme dar, die von den erwähnten repräsentativen Hypothesen abhängen:

a) Wenn man die Theorie auf die Erklärung der elektrischen Erscheinungen in bewegten Körpern ausdehnen will (Ausbreitungszeit der elektrischen Wirkung usw.).

b) Wenn man, ohne das Gebiet der Elektrostatik zu verlassen, die *Abhängigkeit der elektrischen Wirkung von dem umgebenden Medium* erklären will.

Wenn man sich z. B. die Anziehung zwischen zwei elektrisierten Punkten längs ihrer Verbindungsgeraden übertragen denkt (Vorstellung des elastischen Fadens), so muß man annehmen, daß diese Anziehung durch Änderungen nicht beeinflußt wird, die in einem Teile des Mediums vorgehen, der von dieser Geraden nicht getroffen wird; diese Annahme ist nun *falsch* und zeigt somit, daß die erwähnte theoretische Vorstellung nicht mit den Tatsachen übereinstimmt.

Solche Betrachtungen sind der Grund für eine Bevorzugung der Maxwellschen Theorie (vgl. Kap. VI); aber es genügt uns, hier gezeigt zu haben, wie die Bestimmung der Phantasiegebilde, die zur Darstellung der Tatsachen herangezogen werden, sich verändert und fortschreitend vervollkommnet, um mit der Erweiterung der Erkenntnis Schritt zu halten.

§ 27. Die Theorie der Lösungen.

Ein anderes interessantes Beispiel bietet die von Van' t' Hoff aufgestellte *Theorie der Lösungen*.

Die Grundlage der Theorie bildet die intime Verwandtschaft, die durch den Begriff der *diffundiblen Sub-*

stanz zwischen den Lösungen und den Gasen hergestellt wird.

Die Diffusion der Gase hat ein adäquates Bild in dem *kinetischen System* gefunden, wo das Gas selbst als eine Gesamtheit von Teilchen vorgestellt wird, die frei beweglich sind, und deren Stöße den Druck bewirken. Dieselbe Darstellung ist auf die Lösungen anwendbar, stellt sich doch die Auflösung eines Stoffes in einer Flüssigkeit als eine allmähliche Disgregation dar; es liegt nahe, diese Art der Auflösung mit der Diffusion gewisser Dämpfe in der Atmosphäre zu vergleichen.

Die kinetische Gastheorie (vgl. Kap. V) führt vor allem in erster Annäherung zu den folgenden *Gesetzen der vollkommenen Gase:*

1. Die Proportionalität zwischen der *Masse* und dem Produkt aus *Volumen* und *Druck* (Boylesches *Gesetz*).
2. Die Proportionalität zwischen Volumen und *Temperatur (Gesetz* von Gay Lussac).

Die Masse, das Volumen und die Temperatur eines Gases entsprechen unmittelbar der Menge der gelösten Substanz, dem Volumen des Lösungsmittels und seiner Temperatur *(Dichte = Konzentration)*.

Wie zeigt sich der *Druck einer Lösung?*

Wenn wir ein Gas in einem Gefäß haben, das in ein Vakuum gebracht ist, so zeigt sich der Druck auf die Oberfläche leicht, da er in einer Kraft besteht, die senkrecht zur Oberfläche selbst von innen nach außen gerichtet ist. Wenn aber in dem Gefäß zwei Gase gemischt sind, so stellt sich diese Kraft als Summe der Drucke jedes einzelnen dar, die wir in diesem Falle nicht trennen könnten. Nehmen wir jedoch an, daß die Wand des Gefäßes das eine der beiden Gase durchläßt, aber nicht das andere; das erste wird sich mit der äußeren Umgebung ins Gleichgewicht setzen, und die Kraft, die von

innen nach außen auf die Wand ausgeübt wird, gibt uns den Druck des zweiten.

Dies Bedingung kann in analoger Weise auf eine Lösung übertragen werden. Wir wollen zu diesem Zweck ein Gedankenexperiment anstellen.

Wir haben zwei kommunizierende Gefäße, in denen sich eine Flüssigkeit, z. B. Wasser, befindet; dieses wird sich in beiden gleich hoch einstellen, gemäß dem Gesetze des hydrostatischen Gleichgewichts. Dieses Gleichgewicht wird nicht gestört, wenn die beiden Gefäße durch eine für Wasser durchlässige Scheidewand getrennt wer en.

Nun gibt es unter den für Wasser durchlässigen Membranen solche, die eine gelöste Substanz nicht durchlassen. Wenn wir also zwei kommunizierende Gefäße haben, die mit Wasser gefüllt sind und in deren einem sich eine Lösung befindet, wenn ferner die beiden Gefäße durch eine solche semipermeable Membran getrennt sind, so wird die Lösung auf die Membran einen Druck ausüben, der von den Stößen der beweglichen Teilchen herrührt, aus denen sie besteht. Wie können wir ihn messen?

Denken wir uns, daß die Membran in einem der beiden (zylindrisch geformten) Gefäße nach Art eines Kolbens beweglich ist. Sie wird ihre Lage dann so verändern, daß das Volumen der Lösung vergrößert wird. Um diese Verschiebung zu verhindern, muß man auf die Membran in entgegengesetzter Richtung eine Kraft ausüben, die genau den zu bestimmenden Druck mißt.

Seien A und B die beiden Gefäße; A enthalte die Lösung; sei s die Membran, mit der eine Stange verbunden ist, die einen festen Zylinder b trägt, dessen Durchmesser (wie die Figur zeigt) fast gleich dem von B ist, und dessen Dichte gleich der des Wassers ist,

in das er eintaucht. Der Zylinder *b* wird mit einem Teile über das gemeinsame Wasserniveau in den Gefäßen *A* und *B* hinaussteigen, und das Gewicht des herausragenden Teils ergibt den Druck, den die Lösung auf *s* ausübt, sobald man eine Gleichgewichtsbedingung hat.

Aber das Gleichgewicht unseres Systems, auf das *äußere* und *innere* Kräfte wirken, erfordert, daß diese und jene für sich im Gleichgewicht stehen.

Das Hinausragen des Zylinders *b* bewirkt das Gleichgewicht der inneren Kräfte. Damit dasselbe auch zwischen

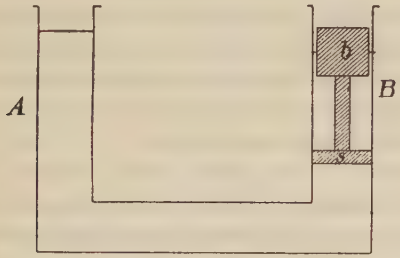

Fig. 2.

den äußeren Kräften besteht, muß die durch das *Archimedische Prinzip* ausgedrückte Bedingung erfüllt sein: das Wasser muß in dem Gefäße *A* bis zu derselben Höhe gestiegen sein, in der sich die obere (herausragende) Grundfläche des Zylinders *b* befindet. Nachdem dies festgestellt ist, ist es klar, daß das Gleichgewicht des ganzen Systems nicht gestört wird, wenn man die Membran an dem Gefäße *B befestigt* und das aus dem Wasser ragende Gewicht des Körpers *b* entfernt, so daß dieser überflüssig wird.

Wir kommen also zu folgendem Schluß:

Wenn zwei kommunizierende Gefäße gegeben sind, die die gleiche Flüssigkeit enthalten, in deren einem sich

eine Lösung befindet, und die durch eine semipermeable Membran getrennt sind, so wird der Druck der Lösung, sofern man diese selbst als ein Gas betrachtet, gemessen durch den Niveauunterschied des Lösungsmittels in den beiden Gefäßen.

Die Existenz eines Druckes in diesem Sinne wird also zu einem hypothetischen Faktum, das von PFEFFER experimentell nachgewiesen wurde; der erwähnte Druck wird *osmotisch* genannt.

„Der osmotische Druck einer Lösung ist proportional der Konzentration und umgekehrt proportional dem Volumen."

Diese Tatsache, die sich bei den verdünnten Lösungen mit ziemlicher Annäherung experimentell bestätigt findet (PFEFFER), entspricht also denselben repräsentativen Hypothesen, die sich bei den Gasen in dem BOYLEschen Gesetz ausdrücken.

VAN' T' HOFF, der gerade dieses Gesetz in der von PFEFFER beobachteten Tatsache wiedererkannte, wurde dadurch zu der Annahme veranlaßt, daß auch das GAY LUSSACsche Gesetz für die Lösungen gilt, das hier folgende Form annimmt:

„Der osmotische Druck einer Lösung ist der Temperatur proportional."

Und das wurde durch die Erfahrung hinreichend bestätigt.

In den vorhergehenden Entwickelungen haben wir die mechanische Darstellung dazu benutzt festzustellen, was in der zwischen Gasen und Lösungen hergestellten Analogie dem Druck eines Gases entspricht. Von nun an kann die kinetische Hypothese bis zu einem gewissen Punkte als indifferent angesehen werden, indem man ihre Anwendung auf die Prinzipien der Energetik beschränkt. Gerade auf Grund des Prinzips der Äquivalenz zwischen Arbeit und Wärme ist es VAN' T' HOFF

gelungen, die Tatsachen der *Erniedrigung der Schmelz-* und der *Erhöhung der Siedetemperatur*, die bei verdünnten Lösungen der Konzentration proportional sind (Versuche von RAOULT), zu *erklären*. In der Tat genügt es z. B. in bezug auf den zweiten Fall zu bemerken, daß, um eine Flüssigkeit zum Sieden zu bringen, die eine Substanz gelöst enthält, außer der Verdampfungswärme auch noch eine Wärmemenge nötig ist, die der bei der *Kompression der Lösung geleisteten Arbeit* äquivalent ist.

Auch im weiteren Fortschritt der Theorie der Lösungen nimmt die kinetische Vorstellung nur eine nebensächliche Stellung ein. Das chemische Gesetz DALTONS (bezüglich der Volumina der Gasverbindungen) überträgt sich auf die Lösungen auf Grund der Atomtheorie (AVOGADROS *Hypothese*) und wird auf dieselbe Weise korrigiert durch die Annahme des Zerfalls der Moleküle in *Ionen*.

Aber wenn es sich darum handelt, gewisse Unterschiede zwischen Gasen und Lösungen zu erklären, ist ein Zurückgehen auf die kinetischen Hypothesen wieder von Nutzen; führte doch die Annahme eines Einflusses des Lösungsmittels auf die Bewegung der Teilchen der Lösung JAHN zu einer Korrektur der Gesetze der Lösungen in der Richtung einer größeren Genauigkeit.

§ 28. Die Ökonomie und psychologische Entwickelung der Theorien.

Die Beispiele, die wir aus einigen bestimmten physikalischen Theorien ausgewählt haben, illustrieren das, was wir vorher in allgemeiner Form ausgeführt haben, und veranlassen uns, unsere Kritik der Theorien mit einer neuen *Problemstellung* zu schließen.

Wir erwähnten schon, daß eine wissenschaftliche Theorie entweder als etwas Fertiges von einem *aktualen* Gesichtspunkt oder in ihrer Entwickelung, d. h. vom *genetischen* Gesichtspunkt betrachtet werden kann.

Vom aktualen Gesichtspunkt stellt sich die Theorie dar als eine Gesamtheit von Tatsachen und folglich von Voraussichten; aber diese Voraussichten können mehr oder weniger leicht sein je nach der Bildung der Begriffe.

Die Leichtigkeit der Voraussicht wird von Mach als der *Zweck* der Wahl angesehen, die in jedem Stadium der wissenschaftlichen Entwickelung zwischen gleichwertigen Theorien stattfindet; genauer drückt Mach diesen Zweck aus, wenn er sagt, daß die Erkenntnis die *ökonomischste* Form anzunehmen strebt. Das *Gesetz der Ökonomie* wird als ein *Prinzip der natürlichen Auswahl* betrachtet in dem Kampfe, der zwischen den verschiedenen Darstellungen derselben Tatsachen auf individuellem und sozialem Gebiete stattfindet.

Dieser großartigen Anschauung kann man nur die Bemerkung hinzufügen (die durch die vorstehenden Beispiele erläutert wird), daß dem Kriterium der Ökonomie in verschiedenen Fällen ein verschiedener Entscheidungswert zukommt; während es oft die Wahl innerhalb eines gewissen Systems von Begriffen oder Bildern offen läßt, führt es häufiger zur Entscheidung der Frage des Vorzugs zwischen verschiedenen Darstellungen. Wenn man aber der aktualen Ansicht der Wissenschaft die genetische gegenüberstellt, so kommt die Willkürlichkeit der repräsentativen Hypothesen in Verbindung mit der Möglichkeit der *Erweiterung des Anwendungsgebietes der Theorien;* und daraus ergibt sich oft ein Kriterium, das den Streit entscheidet.

Nun erscheint von diesem Gesichtspunkt aus die wissenschaftliche Theorie als eine *psychologische Ent-*

wickelung, die sich auf einem *induktiven* Wege vollzieht; d. h. aus neuen Assoziationen neue Hypothesen zieht und aus der Bestätigung derselben sich zu weiteren und genaueren Assoziationen und Hypothesen erhebt.

Indem wir die biologische Vergleichung wieder aufnehmen, in der das *Leben der Theorien* mit dem der organischen Wesen verglichen wird, können wir sagen, daß das Gesetz der Ökonomie lediglich dieser Entwickelung eine Grenze setzt, wie die natürliche Zuchtwahl eine Elimination der nicht an das Leben angepaßten Geschöpfe bewirkt. Aber die positiven Ursachen der Entwickelung sind in der psychischen Aktivität zu suchen, sie muß deshalb aus den Gesetzen erklärt werden, die diese beherrschen. Die *historischen Ursachen* (die der biologischen *Vererbung* vergleichbar sind) bilden einen ersten Erklärungsgrund. Aber zu der historischen Betrachtung kann sich eine *Kritik der geistigen Prozesse* gesellen, die besonders geeignet ist, die *Bildung* und *Veränderung* der Begriffe aufzuklären.

Hieraus ergeben sich demnach zwei Gruppen von Problemen.

An erster Stelle die Probleme, die sich beziehen auf die *deduktive Entwickelung* der Wissenschaft, d. h. auf die *logischen Prozesse* der Umformung von Begriffen und Hypothesen, die man sowohl von rein psychologischen Gesichtspunkten als auch in ihrer eigentlichen wissenschaftlichen Anwendung betrachten kann. Aus der Prüfung dieser Probleme wird sich besonders die notwendige Schranke einer jeden deduktiven Entwickelung ergeben; derart, daß sich das Abwechseln zwischen einer induktiven und einer deduktiven Phase, das wir in den theoretischen Konstruktionen fanden, unter einem allgemeineren Gesichtspunkt als Gesetz der Entwickelung der Wissenschaften herausstellen wird.

An die *induktive Entwickelung* der Wissenschaft knüpft sich die zweite der eben erwähnten Problemgruppen: es handelt sich darum, die reale Bedeutung und die Quelle der *allgemeinsten und abstraktesten Begriffe* der Geometrie, der Mechanik usw. zu bestimmen, auf die die mannigfachen Vorstellungen hinauslaufen, die den Gegenstand der einzelnen Theorien bilden.

Auf diese Weise stellt uns die Kritik der Wissenschaft vor wohldefinierte erkenntnistheoretische Fragestellungen.

Kapitel III.

Die Probleme der Logik.

A. Die reine Logik.

§ 1. Reale und formale Logik.

Wenn im gewöhnlichen Leben jemand in einer Diskussion seinem Gegner zur Evidenz beweist, daß die Konsequenzen seines Räsonnements *falsch* sind, so zögert er nicht zu behaupten, daß der ihn des *unlogischen* Denkens überführt habe.

Die Richtigkeit dieses Kriteriums bezweifeln hieße so viel wie die paradoxe Behauptung aufstellen, „daß ein *richtiges* Räsonnement zu falschen Schlüssen führen könne". Ein verständiger Mensch würde wahrscheinlich, um seine Ansicht über diese Frage zu erklären, sagen, es sei der *Zweck* des Räsonnements über Wahrheit und Falschheit zu urteilen, sein *Wert* sei deshalb nach dem erreichten Resultat zu bemessen.

Wie so häufig hat der gesunde Menschenverstand von seinem Standpunkte aus recht; da für ihn außerhalb des Lebens keine Probleme existieren, so gehen seine Antworten immer auf den praktischen Zweck. Und sie nähern sich ihm auch in roher Annäherung, wie eine Gerade zwischen zwei Punkten sich einer komplizierteren Linie nähert, deren Endpunkte in diesen Punkten liegen.

Dennoch läßt das Kriterium des gesunden Menschenverstandes in diesem Falle leicht einzusehende Ausnahmen zu. Titius und Caius sind in einer Frage uneins; nachdem sie lange diskutiert und sich gegenseitig *Denkunfähigkeit* vorgeworfen haben, stellt es sich heraus,

daß der eine die Dinge in einer gewissen Weise *gesehen* zu haben glaubt, während der andere sich entsinnt, das Gegenteil gesehen zu haben. Nunmehr wird keiner von beiden mehr daran denken, dem Freunde *Mangel an Logik* vorzuwerfen, vielmehr wird jeder im Inneren denken, der andere sei *blind;* und um den Streit zu beenden, begeben sie sich zusammen an Ort und Stelle, um durch den Anblick zu konstatieren, was vorher vielleicht keiner von beiden gesehen hatte.

Titius und Caius sind also gezwungen anzuerkennen, daß auch eine *richtige* Überlegung *ungeeignet* sein kann, die Wahrheit oder Falschheit einer Tatsache festzustellen, wenn nämlich der Betreffende, obgleich er richtig denkt, schlecht gesehen hat.

Dennoch hat der gesunde Menschenverstand nicht an eine derartige *Ausnahme* gedacht oder erinnert sich dessen nicht . . . . und bezeichnet denjenigen, der durch Überlegung zu falschen Schlüssen kommt, geradezu als *unlogisch.*

Der synthetischen Betrachtungsweise der Erkenntnis, wie sie dem auf ihre *Ziele* gerichteten gesunden Menschenverstand zukommt, steht häufig die analytische der Wissenschaft gegenüber, die das Ganze in seine Teile zerlegt und dann so darüber urteilt, als ob sie isoliert wären. In der Tat erscheint das Ergebnis der Wissenschaft nur insofern paradox, als es unvollständig ist.

Derjenige, der sich für den Hausgebrauch einer elektrischen Klingelanlage bedient, wünscht, daß die Glocke töne; wenn sie nicht tönt, ist die Leitung in *Unordnung;* es müssen irgendwo Drähte gerissen oder in Berührung gekommen sein, Ursachen, die auch sonst das Funktionieren der Klingel verhindert haben. Der Techniker kommt und prüft die Drähte, die er schon sorgfältig isoliert hatte, und konstatiert, daß weder ein

Bruch noch ein Kontakt stattgefunden hat. Was kommt darauf an? Die Glocke tönt nicht.

Aber es fehlt Wasser im Element; der Techniker braucht nur so viel, wie nötig ist, hineinzugießen, und die Glocke beginnt wieder zu tönen. Es war also *wichtig* für den Techniker, den Grund des *Schadens*, den er reparieren wollte, zu finden.

Der Vergleich ist ziemlich durchsichtig. Der Erkenntnisprozeß, der die Wahrheit zum Ziele hat, ist ein verwickelter Vorgang; das Denken ist nur ein Teil davon; es genügt also nicht, richtig zu denken, um die Wahrheit zu finden, sondern man muß zu gleicher Zeit auch noch anderen Bedingungen genügen. Die Erkenntnistheorie hat die Aufgabe, diese Bedingungen zu analysieren; ehe man zu einer synthetischen Betrachtung derselben gelangt, muß man sie soviel wie möglich getrennt untersuchen.

Kann man das Denken von seinem Inhalt *trennen?*

Wir berühren hiermit eine fundamentale Frage, über die zwischen den Philosophen Streit besteht: „Bezieht sich die Logik nur auf die *Form* oder auch auf den *Inhalt* des Denkens?"; und folglich „hat sie einen *realen* oder nur einen *formalen* Wert?".

Um die ganze Bedeutung der Frage vom praktischen Gesichtspunkt zu verstehen, genügt es, sich daran zu erinnern, welche Rolle die Logik in der scholastischen Philosophie gespielt hat; obgleich sie auf die formalen Regeln der Deduktion (oder der vollständigen Induktion) beschränkt war, galt sie doch als eine Kunst, die zur Erforschung der Wahrheit geeignet sei.

Dieser Grundirrtum, dessen Keim einige schon bei Aristoteles finden wollen, indem sie den Grund dafür in den Quellen suchen, aus denen er die „Kunst der Dialektik" schöpfte, dieser Irrtum findet auf zwei Wegen, auf denen der moderne Gedanke vorgegangen ist, seine Korrektur.

Einerseits hat man, indem man das Ziel festhielt, das Gebiet der Logik erweitert, indem man unter Denken auch die Interpretation der empirischen Daten versteht und indem man die allgemeinen Regeln festzustellen versucht, von denen die induktiven Prozesse abhängen. Alle diejenigen, die sich auf diesen Weg begeben haben, von Bacon bis Stuart Mill, haben die Notwendigkeit eingesehen, den *realen Inhalt* des Denkens zu berücksichtigen, und haben sich so von den alten Formeln entfernt, in denen sich das Falsche ebensogut wie das Wahre unterbringen läßt.

Wenn die neue *induktive Logik*, obgleich sie allgemeine Grundsätze besitzt, weit entfernt ist von der Bestimmtheit und Genauigkeit der Kriterien, wie sie der alten eigen waren, so entspricht sie doch weit mehr dem Begriffe einer Kunst, die Wahrheit festzustellen.

Von anderer Seite (Kant, Herbart usw.) wird das Denken in seiner *strengen Form* als Gegenstand der *Logik* festgehalten, und man sucht den rein *analytischen* Charakter dieser *formalen Strenge* ins Licht zu setzen, indem man dem Denken den Wert eines Mittels zur Umformung der begrifflichen Daten der Erkenntnis zuerkennt, das diese aber wahr oder falsch läßt, je nachdem was darüber die Prüfung mit anderen Mitteln ergibt, und das zwischen ihnen nur eine Verbindung herstellt, vermöge deren die Wahrheit oder Falschheit der einen die Wahrheit oder Falschheit der anderen nach sich zieht.

Damit das so verstandene Denken streng und von der wirklichen empirischen Prüfung völlig unabhängig wird, müssen seine Gesetze als rein formal erkannt werden, so daß sie überall da angewendet werden können, wo ungeachtet des Inhalts gewisse Bedingungen der inneren Übereinstimmung der Gedanken erfüllt sind.

In der Tat enthalten die Daten der Beobachtungen und des Experimentes eine gewisse Unbestimmtheit,

die in dem Begriff, dem sie untergeordnet werden, verschwindet; daher kann die Kontrolle, die über das Denken in Rücksicht auf die seinen Gegenstand bildende Wirklichkeit ausgeübt wird, nicht auf die gleiche Genauigkeit Anspruch machen, wie sie dem Urteil über seine formale Übereinstimmung mit sich selbst zukommt.

Diese Gedankenbewegung, die, wie gesagt, zwei entgegengesetzte Richtungen eingeschlagen hat, läuft letzten Endes auf die *Unterscheidung* einer *realen induktiven* und einer *formalen* (wie man vielfach meint) *deduktiven Logik* hinaus, die beide dasselbe Erkenntnisziel haben.

Man muß den Wert dieser Unterscheidung mit Rücksicht auf den klassischen Unterschied von *Deduktion* und *Induktion* bestimmen.

Das, was für die strenge formale Logik charakteristisch ist, ist nicht das Fortschreiten *vom Allgemeinen zum Besonderen*, denn die Prozesse der vollständigen Induktion bilden einen wesentlichen Teil von ihr. Will man also von einer formalen Logik als von einer „deduktiven" sprechen, so muß man sich gegenwärtig halten, daß man damit dem Worte „*Deduktion*" eine weitere Bedeutung als die traditionelle gibt, entsprechend dem Gebrauch des Wortes bei den Mathematikern.

Die Beziehung von Deduktion und Induktion in diesem Sinne und ihr Verhältnis zum Erkenntnisprozeß geht aus dem logischen Schema von Jevons (Kap. II § 21) klar hervor. Die Aufgabe des deduktiven Räsonnements in diesem Prozeß ist „die der Erfahrung unzugänglichen Hypothesen in andere, ihnen *äquivalente*, umzuformen, die experimentell bestätigt oder widerlegt werden können".

Daraus geht hervor, welche Bedeutung einem streng logischen Instrument zukommt, dessen Kontrolle nicht abhängt von den verifikatorischen Experimenten und

von der Wahrheit oder Falschheit der Hypothesen, folglich auch nicht von ihrem Gehalt an Tatsächlichem, d. h. von der realen Bedeutung des Räsonnements.

Wir wollen im folgenden das Wort „*Logik*" immer *in der formalen Bedeutung* gebrauchen, die diesem streng logischen Umformungsmittel entspricht; später werden wir Gelegenheit haben, die Unzuträglichkeiten kennen zu lernen, die entstehen, wenn man die Bedeutung des Wortes auf die Untersuchung der wissenschaftlichen Induktion in ihrem weitesten Sinne ausdehnt. Um Verwechslungen zu vermeiden, wollen wir diese Untersuchung als *angewandte Logik* der *reinen* gegenüberstellen. Und bei der Behandlung jener werden wir den realen Wert der formalen Denkgesetze und die Bedingungen, unter denen sie Beweiskriterien in bezug auf die Tatsachen werden, untersuchen.

§ 2. Wortschemata und Zeichen.

Wir haben allerdings erst die Nützlichkeit einer formalen Logik erkannt, die die Denkgesetze unabhängig vom Inhalt liefert. Es bleibt uns noch zu untersuchen, ob in diesem Sinne die Unabhängigkeit auch wirklich streng durchgeführt werden kann. Diese Prüfung ist um so notwendiger, als diese Möglichkeit von den berühmtesten Anhängern der kritischen Philosophie bestritten wird.

Es gibt zwei Wege, die Möglichkeit einer rein formalen Logik zu beweisen.

Derjenige Weg, den man als klassisch bezeichnen kann, besteht darin, die *sprachlichen Schemata* aufzustellen, die den idealen Formen des exakten Gedankens entsprechen.

Wenn es gelingt, diesen Schematen eine strenge und abstrakte Allgemeinheit zu geben, so ist die Behauptung

bewiesen. Aber im Falle des Mißerfolges darf man daraus nicht den entgegengesetzten Schluß ziehen, denn das Versagen des Schemas kann auf einer unvollkommenen Anpassung der Sprache beruhen, die den Prozessen des exakten Denkens nicht immer genau folgt.

Man betrachte z. B. die aristotelischen Regeln für die Konversion der Urteile; auf die sich einige scharfsinnige Bemerkungen unseres Landsmanns Tocco beziehen.

Das allgemeine bejahende Urteil kehrt sich *per accidens* (nach dem Ausdruck des Boetius) in das partikulär bejahende um; so folgt z. B. aus dem Urteil „Alle Quadrate sind Parallelogramme" das andere „Einige Parallelogramme sind Quadrate". Nun zeigt sich als eine Lücke in dieser Regel der Fall, wo das Prädikat für das Subjekt wesentlich ist. Z. B. erhielte man aus dem Satz „Alle Dreiecke sind Polygone, deren Winkelsumme zwei Rechte beträgt", durch Umkehrung den anderen „Einige Polygone, deren Winkelsumme zwei Rechte beträgt, sind Dreiecke", der fälschlich den Glauben an die Existenz von Polygonen mit mehr als drei Seiten, deren Winkelsumme zwei Rechte beträgt, erweckt.

Aber was beweist diese Lücke? Lediglich, daß das Wort „Einige" vieldeutig ist. Ein Mathematiker wird es stets in dem (positiven) Sinne verstehen, der die Allheit nicht ausschließt, wird also zugeben, daß das Urteil „*Alle A* sind *B*" als *Spezialfall* unter das andere fällt „*Einige A* sind *B*"; aber nach dem grammatischen Sprachgebrauch verbindet sich mit dem erwähnten Wort eine negative Bedeutung, für die der Gedanke von „einigen" denjenigen von „allen" ausschließt, so daß danach die beiden oben erwähnten Sätze sich auszuschließen scheinen.

Die formale Konversionsregel, die wir als Beispiel anführten, bleibt also streng in Geltung, wenn man durch geeignete Verabredung die Bedeutung des Wortes „einige" festlegt, wobei man sich von dem gewöhnlichen Sprachgebrauch der Grammatik entfernt, gemäß den von den Mathematikern in allen ähnlichen Fällen akzeptierten Kriterien.

Dem eben angeführten Beispiel ließen sich noch zahlreiche andere hinzufügen, wo aus ähnlichen mit dem Sprachgebrauch zusammenhängenden Gründen die in Worten ausgedrückte logische Regel versagt oder zu irrtümlichen Anwendungen Anlaß gibt. Besonders bildet die Doppelsinnigkeit der Worte die gemeinsame Quelle der bekanntesten Trugschlüsse, z. B. derjenigen, bei denen der Mittelbegriff in den beiden Prämissen eines Schlusses mit verschiedenem Umfang gebraucht wird.

Es ist bekannt, wie viel die Logiker sich mit diesen Denkfehlern beschäftigt haben und wie tief ihre Studien in diesen grammatischen Teil der Logik eingedrungen sind, der sozusagen auf eine Verbesserung der Sprache ausgeht. Aber die Sprache ist von dem Ideal der Logiker ach noch immer so weit entfernt!

Das Wort, das dem Bedürfnis nach Darstellung der Dinge voraneilt und sich unter dem Einfluß der Assoziationen und der durch die Wirklichkeit gebotenen Analogien entwickelt, dieses Wort faßt in einen fast unveränderlichen Klang einen Inhalt, der sich in der Zeit erweitert und verändert, so daß in jedem Augenblick zu jedem Klang eine Mehrzahl einander nur teilweise deckender Bilder existiert. Und dies ist anderseits eine wesentliche Bedingung des Fortschritts.

Angesichts dieser Feststellung macht die grammatikalische Logik Halt, indem sie anzuerkennen gezwungen ist, daß die sprachlichen Formen des Denkens keine sichere Gewähr für seine Richtigkeit geben, daß sie,

kurz gesagt, den weitestgehenden Anforderungen an formale Strenge nicht genügen. Hieraus entstand eine neue Disziplin, in der die Untersuchung der sprachlichen Schemata durch diejenige von *verabredeten Zeichen* ersetzt wurde. So entstand eine dem algebraischen Algorithmus nachgebildete *symbolische Logik*, die die Namen *mathematische Ideographie*, *Pasigraphie* oder *Logik* erhielt.

Ihre ersten Anfänge gehen auf Leibniz zurück (gegen 1700) und Lambert hat sie um 1750 vervollkommnet. Aber diese Arbeiten blieben fast ein Jahrhundert lang unterbrochen und wurden erst wieder teilweise unabhängig aufgenommen, einerseits von der englischen geometrischen Schule (Peacock, De Morgan, Boole), anderseits von H. Grassmann und W. R. Hamilton, welcher letztere nicht mit dem Erfinder der Quantifikation des Prädikats verwechselt werden darf (einer Lehre, die einen ziemlich geringen Fortschritt in der Richtung der symbolischen Logik bedeutet).

Peirce und Schroeder (1877), Peano (1888—89) und Frege (1891) haben den logischen Algorithmus derart erweitert und verbessert, daß man mit ihm ganze mathematische Theorien ausdrücken kann[1]).

Welches auch der Wert des Systems als Mittel der mathematischen Kritik sei (und wir hatten schon Gelegenheit, auf die Mangelhaftigkeit der rein formalen Kriterien hinzuweisen, die einige Forscher für das Studium der Prinzipien der Geometrie daraus zu entnehmen scheinen), so muß man doch anerkennen, daß es unter verschiedenen Gesichtspunkten einen Fortschritt gegenüber der scholastischen Logik bedeutet,

1) S. das „Formulaire de Mathématiques", das in Turin unter der Leitung Peanos erscheint und an dem Padoa, Pieri, Vacca, Vailati usw. mitarbeiten.

und daß es das Problem, Schemata für das exakte Denken aufzustellen, besser löst.

Um diesen Zweck zu erreichen, verläßt die mathematische Logik den Gebrauch der gewöhnlichen Wortformen und schafft *ex novo* ein Zeichenlexikon, in dem jedem Zeichen ohne Vieldeutigkeit ein Gegenstand zugeordnet wird. Man abstrahiert jedoch von der konkreten Bedeutung der Gegenstände, um ihre logischen Beziehungen darzustellen, deren Fixierung und Zurückführung auf wenige allgemeine selbst wieder symbolisch dargestellte Typen einer tieferen Untersuchung gelingt; so findet das Denken seinen Ausdruck in einem, wie gesagt, dem algebraischen ähnlichen logischen Kalkül.

Vor allem die mathematischen Logiker aus der Schule Peanos haben diese Analogien weit getrieben, indem sie die Deduktion *logischer Lehrsätze* verfolgten, die durch Kombination weniger Grundsätze des Denkens entstehen.

Daher beginnt die symbolische Logik, die nach dem Muster der Arithmetik oder der Geometrie aufgebaut ist, ein Mittel zu werden, das gewisse Entwickelungen abzukürzen und zu kontrollieren gestattet, und dessen Gebrauch in den verschiedenen Zweigen der Wissenschaft daher häufiger werden kann.

§ 3. Symbolische und psychologische Logik.

Der zweite Weg, den man einschlagen kann, um die Möglichkeit einer formalen Logik festzustellen, besteht in der Untersuchung des Denkprozesses, der unmittelbar aus seinen wissenschaftlichen Ergebnissen rekonstruiert wird, ohne den Umweg über irgend welchen besonderen Ausdruck durch Worte oder Zeichen. Und man muß gerade auf jene neueren Entwickelungen der Mathematik zurückgehen, aus der die algorithmische Logik (die darum mathematische genannt wird) entsprungen ist.

Wir stellen also der grammatikalischen oder allgemeiner der symbolischen Logik eine *psychologische* gegenüber, die in den Schemen und Zeichen weniger die geschriebenen Formeln sieht als die Verabredungen und Normen, die nicht auf dem Papier stehen (und die anders als durch psychologische Überlegung nicht verstanden werden können), und die die Verbindungsweisen jener Formeln beherrschen.

Die Logik in diesem Sinne bildet nicht mehr eine deduktive Theorie als Hilfsmittel wissenschaftlicher Entwickelungen, sondern eine Wissenschaft der Beobachtung und Vergleichung, deren eigentlicher Inhalt die Kritik der elementaren Denkvorgänge bildet, die sich in den Grundsätzen des Denkens widerspiegeln; diese Vorgänge will sie als psychische Realitäten *erklären*.

Wir müssen zunächst im voraus einen Einwand widerlegen, der häufig gegen den oben aufgestellten Begriff der Logik erhoben wird, indem wir die Beziehungen zwischen Logik und Psychologie näher bestimmen.

Um sie voneinander zu trennen, sagt man gewöhnlich, daß die eine *in bezug auf das Wahre normativen Charakter* hat, während die andere lediglich eine Beschreibung von Denkvorgängen ist, die *richtig* oder *falsch* sein können.

Gemäß unserem (streng formalen) Gesichtspunkt müssen wir vor allem der Meinung entgegentreten, daß die logischen Normen einen apriorischen Wert in bezug auf die Wahrheit haben; aber für die Diskussion darüber verweisen wir auf den zweiten Teil dieses Kapitels.

Wir geben zu, daß die Logik als ein System von Normen angesehen werden kann, die beachtet werden *müssen, wenn man* Widersprüche vermeiden *will*. Das kann man aber auch ausdrücken, indem man sagt: innerhalb der verschiedenen Denkvorgänge zeichnen

sich einige dadurch aus, daß in ihnen gewisse Bedingungen der Widerspruchslosigkeit willkürlich erfüllt sind, diese nennt man logisch.

In diesem Sinne kann man die Logik als einen Teil der Psychologie betrachten.

§ 4. Die Möglichkeit der formalen Logik gefolgert aus der Entwickelung der Mathematik.

Wir wollen von diesem psychologischen Gesichtspunkt aus die neuere Entwickelung der Mathematik prüfen, auf die wir oben hingewiesen haben. Das Ergebnis wird sein:

1. Die Erkenntnis a posteriori der Möglichkeit einer formalen Logik.
2. Eine Definition dessen, „was logisch ist", im Gegensatz zu den Denkvorgängen, wo die logische Entwickelung nicht unabhängig ist von der Vorstellung der in ihr verarbeiteten Bilder.

Die Möglichkeit einer formalen Logik geht vor allem aus folgendem hervor: Die gleiche Strenge, die gleiche unabänderliche Widerspruchslosigkeit herrscht in den Gedankenentwickelungen der verschiedenen Gebiete der Mathematik, sowohl in denen, die einer physikalischen Anwendung näher liegen, als in den entferntesten und abstraktesten, z. B. in der *mehrdimensionalen*, oder in der *nichteuklidischen* oder der *nichtarchimedischen* Geometrie usw.; und diese abstrakten Theorien haben für sich eine analytische Existenz (als logische Gebäude), wenn auch kein reales Objekt existiert, auf das sie sich beziehen.

Aber noch mehr, durch Plücker ist in die Geometrie eine äußerst fruchtbare Betrachtungsweise eingeführt worden, die ein Prinzip für die Transformation von Theorien liefert, das gerade auf ihrer formalen Bedeutung beruht.

Man betrachtet eine geometrische Theorie als ein System von logischen Beziehungen, die zwischen gewissen durch die Worte „Punkt", „Linie" usw. bezeichneten Begriffen statthaben. Man kann sich mit einer abstrakten und unbestimmten Bedeutung für diese Begriffe begnügen, indem man sie also als Zeichen für Begriffe betrachtet, die zwar unbekannt sind, die aber formal den Grundsätzen genügen, welche die geometrischen Beziehungen ausdrücken. Es ist also erlaubt, die Bedeutung der Zeichen nach Belieben durch Verabredung festzusetzen, wenn nur die erwähnten formalen Bedingungen erfüllt sind; man erhält so eine unendliche Mannigfaltigkeit von möglichen *konkreten Interpretationen* der abstrakten geometrischen Theorie.

Es ist hier nicht der Ort, auf die mathematischen Folgerungen aus diesem fruchtbaren Prinzip hinzuweisen; wir wollen nur sagen, daß es in den kritischen Geistern den Sinn für formale Logik entwickelt und den schlagendsten Beweis *a posteriori* für ihre Möglichkeit geliefert hat.

Diese Ansicht findet sich klar ausgesprochen in den neuesten strengen Darstellungen der Prinzipien der Geometrie (Pasch, Peano, Veronese, Enriques, Hilbert), deren erstes Vorbild Pasch in seinen „Vorlesungen über neuere Geometrie" (1882)[1]) geliefert zu haben scheint.

Aber die oben erwähnte geometrische Kritik und besonders die Vergleichung der erwähnten Arbeiten ergibt nicht nur einen *Beweis* der Möglichkeit einer formalen Logik, sondern erlaubt auch eine genaue *Definition* des Sinnes, in dem diese formale Logik aufgefaßt werden muß.

---

1) S. den Artikel von F. Enriques „Prinzipien der Geometrie" in der „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften", herausgegeben bei B. G. Teubner, Leipzig.

Es handelt sich also darum, die Anforderungen zu erkennen (und das kann auch ohne jede besondere grammatikalische oder symbolische Darstellung geschehen), die sie an die Form der Definitionen und Postulate stellt, und was man unter einem *streng logischen* Aufbau einer Theorie zu verstehen hat, oder welche Behandlungsweisen im Gegensatz dazu als *unstreng* betrachtet werden.

§ 5. Kritik der Definition.

Der Gedanke, die Logik aus der Entwickelung der Mathematik und speziell der Geometrie zu abstrahieren, ist alles andere als modern.

Schon Aristoteles ging bei seiner Untersuchung von der Geometrie und der Rhetorik aus.

Nun vervollständigen die früher erwähnten kritischen Fortschritte nicht nur die aristotelischen Regeln der *Deduktion*, sondern sie begründen vor allem die neue Lehre von der *Definition*, die als eine wirklich moderne Errungenschaft betrachtet werden kann, zu der verschiedene Denker in verschiedener Weise und teilweise unabhängig voneinander in den letzten zwanzig Jahren gelangt sind.

Um in die Analyse des logischen Gedankenprozesses einzudringen, tut man am besten von dieser Kritik der Definition auszugehen.

Im gewöhnlichen Verstande werden dem Worte „Definition" zwei einander widersprechende Bedeutungen zugeschrieben. Einerseits wird sie als ein Reduktionsverfahren betrachtet, das, wenn gewisse Begriffe gegeben sind, daraus neue zu bilden gestattet. Anderseits nimmt man an, wenn auch ohne es ausdrücklich zu sagen, daß sie die reale Bedeutung irgendeines Begriffes feststellen kann. In der Praxis werden die zusammengesetzteren Begriffe auf die einfacheren zurückgeführt, für die eine jede Erläuterung überflüssig erscheint.

Wenn aber nach einer Definition dieser letzteren gefragt wird, so scheut man sich nicht, sie durch die ersten zu erklären.

Auf diese Weise bewegt man sich offenbar in einem circulus vitiosus; wer sich vornimmt, das Lexikon irgendeiner Sprache zu redigieren, wird dies leicht verstehen.

Man kann den Widerspruch nicht anders fortschaffen, als indem man einen Unterschied zwischen Definitionen und Definitionen macht, je nachdem es sich um einen wirklichen logischen Reduktionsprozeß oder um die Aufstellung jener ersten und einfachsten Begriffe handelt, aus denen die komplizierteren erzeugt werden.

Dieser Unterschied zeigt sich deutlich demjenigen, der ein geometrisches Lehrbuch vom kritischen Gesichtspunkt aus prüft.

In den elementaren Schullehrbüchern wird erklärt, was die fundamentalen Figuren sind, indem man mit Hilfe einer Zeichnung ein geeignetes Bild von ihnen zeigt. So wird von den ersten Ausdrücken der geometrischen Sprache eine *konkrete Definition* gegeben.

Aber dieses Verfahren gefällt dem Lehrer nicht mehr, der dieselben Dinge reiferen Schülern erklären soll. Für ihn ist die konkrete Definition der idealen Figuren der Geometrie nur ein Mittel, gewisse Vorstellungen im Bewußtsein des Schülers zu erwecken; hat also nur einen psychologischen Charakter, mit dem er nicht zufrieden ist. Und in dem vollen Bewußtsein, daß zwischen der rationalen und der empirischen Geometrie ein klarer Unterschied besteht, wobei die letztere mit tiefer Verachtung angesehen wird, meint er, daß in seiner Darstellung alles rein logisch definiert wird.

Nehmen wir als Beispiel die Definition der geraden Linie, die noch immer einige Lehrbücher nach Legendre geben: „Die Gerade ist die kürzeste Verbindungslinie zweier Punkte."

Es ist interessant, einen Augenblick bei der Untersuchung dessen stehen zu bleiben, was diese Definition uns lehrt und dessen, was sie uns nicht lehrt.

Es soll sich nach der Annahme um eine logische Definition handeln. In diesem Sinne sagt sie aus, daß der Begriff der Geraden sich aus zwei anderen allgemeineren zusammensetzt, nämlich aus dem der *Linie* und dem ihrer *Länge*. Wenn man die wirkliche Bedeutung von diesen streng bestimmen wollte, so würde man in große Verlegenheit geraten; aber es ist bequemer, nicht auf dieser Forderung zu bestehen. Wir wollen uns bei diesem Punkte nicht aufhalten und in unserer Prüfung fortfahren.

Man wäre zum mindesten berechtigt, zu verlangen, daß aus der Definition die Eigenschaften der Geraden logisch abgeleitet werden, indem man irgend welche allgemeinen Eigenschaften der Linien und ihrer Längen benutzt. Aber schon die einfachste Eigenschaft, nach der zwei Geraden nicht mehr als einen Punkt gemein haben können, bildet eine Aussage, die auf diesem Wege unmöglich bewiesen werden kann[1]), und die man sich deshalb gezwungen sieht als Postulat zu der Definition hinzuzufügen.

In den weiteren Entwickelungen, die sich auf kompliziertere Figuren beziehen, hat man Gelegenheit, sich auf dieses Postulat und auf andere ähnliche, die die einfachsten Eigenschaften der Geraden zum Ausdruck bringen, zu berufen, niemals aber braucht man die Eigenschaft, durch die sie angeblich definiert ist.

Wenn man also den gewöhnlichen Sinn des Wortes nicht ändern will, so muß man zugeben, daß die angeb-

---

1) Die Unmöglichkeit läßt sich mathematisch zeigen, sobald man die Begriffe „Linie“ und „Länge einer Linie“ durch geeignete der gewöhnlichen Anschauung entsprechende Postulate festgelegt hat.

liche Definition von LEGENDRE vom logischen Standpunkt aus keine Definition ist, oder daß sie wenigstens nicht deren Stelle in dem erwähnten logischen Aufbau der Elementargeometrie einnimmt.

Aber wenn auch die erwähnte Definition uns nicht die elementaren Eigenschaften der Geraden lehrt, von denen man in der logischen Entwickelung der Geometrie Gebrauch macht, so kann man doch nicht leugnen, daß sie uns jedenfalls irgend etwas lehrt. In der Tat finden die Schüler sie vollkommen klar und geben gerne zu, daß sie ihnen eine genaue Vorstellung von der Geraden liefert.

In welcher Weise wird dieser unleugbare Erfolg erreicht?

Das ist leicht zu begreifen. Da der allgemeine Begriff einer Linie die Vorstellung eine Fadens erweckt, so tritt einem, wenn von der kürzesten Linie zwischen zwei Punkten gesprochen wird, das Bild eines gespannten Fadens vor Augen, was eine gute sinnliche Vorstellung einer Geraden ist.

Dann aber ist die angebliche Definition der Geraden nicht besser geeignet sie zu bestimmen als irgendeine andere Erklärung mit Hilfe eines konkreten Modells; daher befindet sich der Lehrer im Irrtum, der sie heranzieht in der Meinung, damit etwas wesentlich Verschiedenes zu tun.

Wir haben als Beispiel die Definition gewählt, die LEGENDRE von der Geraden gibt; allerdings hat ihr die Kritik schon längst das Urteil gesprochen, und doch ist sie noch an einigen unserer Schulen in Gebrauch. Ähnliche Überlegungen könnte man über alle Definitionen anstellen, die von alten und neuen Geometern von EUKLID bis auf unsere Tage aufgestellt worden sind (ausgenommen sind nur die neuesten kritischen Autoren). Man muß den Definitionen mißtrauen, die sich am Anfang eines geometrischen Lehrbuches finden;

es sind keine Definitionen im logischen Sinne des Wortes, sondern einfache *Beschreibungen* oder Definitionen im psychologischen Sinne.

Übrigens ist leicht der Unterschied zu erkennen, der sie von den eigentlichen Definitionen trennt, die sich in demselben Lehrbuch nach den ersten Seiten finden. Diese letzteren kann man, wenn man will, fortlassen und den definierten Ausdruck durch eine Umschreibung ersetzen; man probiere aber einmal dasselbe bei den ersteren! Das Unternehmen erweist sich mit einemmal als sinnlos. Wie sollte man auch eine Geometrie entwickeln, nachdem man aus der Sprache nacheinander alle Worte entfernt hat, die geometrische Vorstellungen bezeichnen?

Auf welche Weise auch immer man die Schwierigkeit zu beseitigen sucht, man entgeht nicht der fundamentalen Schlußfolgerung, die aus den vorstehenden Bemerkungen folgt:

Es besteht in der Geometrie ein deutlicher Unterschied zwischen Definitionen und Definitionen, je nachdem ob es sich um Grundbegriffe handelt oder um solche, die erst in der Entwickelung der Wissenschaft gebildet werden. Nur die letzteren Definitionen sind vollkommen, so daß es gestattet ist, den definierten Ausdruck durch die Ausdrücke zu ersetzen, die zu seiner Definition verwandt worden sind, d. h. ihre Bedeutung ist streng bestimmend.

Nur diese Definitionen also dürfen als wirklich *logische Definitionen* angesehen werden. Dagegen können die üblichen Definitionen der geometrischen Grundbegriffe nur in einem erweiterten Sinne des Wortes als wirkliche Definitionen betrachtet werden; man hat sie in diesem Sinne als *psychologische Definitionen* zu bezeichnen; dieser Name bringt ihre Aufgabe zum Ausdruck, gewisse *Vorstellungen* zu erwecken und ihre Beziehungen anschaulich zu machen.

§ 6. Real- und Nominaldefinitionen.

Diese an der Geometrie entwickelten Überlegungen finden natürlich auf jede beliebige Wissenschaft oder deduktive Theorie Anwendung.

So ist es leicht, in einem Gesetzbuch den klaren Unterschied zu zeigen, der zwischen den Definitionen der juristischen Grundbegriffe wie z. B. des *Eigentums*, des *Vertrags* usw., und denjenigen bestimmter möglicher Eigentumsobjekte, z. B. eines *Schatzes* oder besonderer Verträge, wie z. B. eines *Pfandes* oder einer *Antichresis* besteht.

Die ersten haben so wenig die Bedeutung von vollkommenen und strengen Definitionen, daß man sie nicht verstehen kann, ohne die Gesamtheit der folgenden Bestimmungen des Gesetzbuches sich vor Augen zu halten; auf sie paßt gut der kluge Ausspruch des Digest (leg. 202, 50, 17): „Omnis definitio in jure civili periculosa est; parum est enim ut non subverti possit."

In jeder deduktiven Theorie finden sich im allgemeinen zwei Arten von Definitionen: diejenigen, die zur Feststellung der Grundbegriffe dienen, werden als *Realdefinitionen* betrachtet, diejenigen, die im Laufe der Untersuchung eingeführt werden, nennt man *Nominaldefinitionen*.

Nun ist es die Aufgabe der Realdefinitionen, durch eine knappe Formel einige der bekannten oder angenommenen Merkmale, der Begriffe ins Gedächtnis zu rufen, an die man nachher am häufigsten andere Hypothesen und Behauptungen knüpfen muß; und in diesem Sinne kann man ihre Wichtigkeit nicht verkennen. Wenn man aber, anstatt ihnen die Bedeutung von einfachen Beschreibungen zuzusprechen, sie als Definitionen bezeichnet, so besteht die Gefahr, daß man die Aufmerksamkeit bei einer formalen Verbindung der von

einem besonderen Gesichtspunkt angesehenen Vorstellungen statt bei ihrer wirklichen Bedeutung festhält, und daß man die Täuschung aufrecht erhält, daß eine Worterklärung eine Gesamtheit von Beobachtungen und Experimenten ersetzen könne, die die Bestimmung dieser Bedeutung bezwecken.

Wir möchten also sagen, daß die *Realdefinition keine logische*, sondern nur eine *psychologische Definition* ist, d. h. ein Mittel, um in dem Geiste von anderen eine gewisse Vorstellung zu erwecken mit Hilfe von Bildern, die in geeigneter Weise wachgerufen und assoziiert werden.

Deswegen ist die genaueste und typischste Realdefinition die *konkrete Definition*, die man von dem Namen eines Gegenstandes gibt, wenn man den Gegenstand selbst vorzeigt und dabei das Wort ausspricht, das ihn bezeichnet. Wenn es sich darum handelt, einen etwas allgemeineren Ausdruck zu definieren und sich dabei immer noch auf konkrete Gegenstände zu beziehen, so kann man eine Anzahl von solchen zeigen und die Aufmerksamkeit auf ihre gemeinsamen Merkmale lenken.

Wenn auch diese Fälle einfacher sind als diejenigen, die man oft zu betrachten hat, so liegt doch der konkreten Definition immer die Herstellung einer Assoziation zwischen einem Wort und einem gewissen Empfindungskomplex zugrunde.

Die Definition gehört, von diesem Gesichtspunkt betrachtet, eher in das Gebiet der Beobachtungen und Experimente als in die Logik. Z. B. ist es Sache der in das Gebiet der Zoologie fallenden anatomischen und physiologischen Beobachtung, die Merkmale der Tiere genau festzustellen, die derselben Art angehören sollen.

Indessen ist die konkrete Definition nicht geeignet zur Fixierung von etwas abstrakten Vorstellungen und von denjenigen Begriffen, die durch eine längere assoziative und abstraktive Gedankenarbeit gebildet worden

sind. In diesen Fällen genügt die Wahrnehmung irgendeines Gegenstandes nicht immer, um in dem Geiste anderer dieselbe Arbeit sich vollziehen zu lassen, die in unserem stattgefunden hat. Und gerade hier greift man im allgemeinen zu einer Beschreibung, die dadurch, daß sie den Anstoß zu dieser Arbeit gibt, die Aufgabe einer psychologischen Definition erfüllt.

Wenn wir sicher sein können, daß die Bildung des Begriffs sich in dem Geiste des anderen ebenso vollzogen hat, wie in dem unsrigen, so ist die ursprüngliche Bedeutung des Wortes, durch das wir ihn bezeichnen, dadurch festgelegt. So kommt es in der Elementargeometrie vor, daß der Anblick irgendeines rohen Modells oder irgendeine einfache Beschreibung ausreichen, um die Erinnerung an den Prozeß zu erwecken, der in dem Geiste eines jeden bereits stattgefunden hat, und so eine klare Vorstellung von dem Dinge hervorzurufen, das man definieren will (Punkt, Linie, Oberfläche .....).

Aber im allgemeinen findet hier eine gewisse Unbestimmtheit statt, die sich in der Bedeutung von Worten, die allgemeine oder abstrakte Dinge bezeichnen, widerspiegelt. Die Beschreibung gibt uns dann nicht mehr eine genaue Bestimmung, sondern erklärt den realen Sinn der Begriffe nur in unvollständiger und unstrenger Weise.

§ 7. Die implizite Definition.

Die Schwierigkeit, die sich hier herausstellt, ist außerordentlich ernst, denn jede Unbestimmtheit in der Bedeutung der Grundbegriffe drückt sich in einer Unbestimmtheit der sie betreffenden deduktiven Theorie aus; und der Schaden wird um so größer, je weiter die Theorie sich von ihrem Ausgangspunkt entfernt.

Eine Deduktion, die von Daten ausgeht, die nicht streng feststehen, kann im besten Falle nur subjektiven

Wert erlangen; das sollten die Philosophen immer vor Augen haben. . . . In der Wissenschaft, und habe sie auch bloß hypothetischen und analytischen Charakter, kann ein solcher Mangel an Bestimmtheit in den zugrunde liegenden Daten nicht geduldet werden oder wenigstens nicht über einen gewissen Grad hinaus, der durch das Maß der *praktischen Genauigkeit* gegeben wird, das nach vorsichtiger Erwägung aus den Fehlern der Beobachtung und des Experimentes zu bestimmen ist.

Aber logisch gesprochen kann man eine deduktive Theorie nicht für befriedigend erklären, wenn nicht alle Unbestimmtheit der Daten streng daraus entfernt ist.

Diese Vollkommenheit ist, wenigstens theoretisch, *unter dem formalen Gesichtspunkt*, da zu erreichen, wo man die Grundbegriffe nicht explizite, sondern *implizite* mit Hilfe eines *Systems von Postulaten* definiert. Diesen Weg haben die Geometer eingeschlagen, um der Geometrie eine logische Verfassung zu geben.

Demnach besteht eine deduktive Theorie aus den Symbolen A, B, C . . ., die die nicht definierten Grundbegriffe vertreten und einer gewissen Anzahl *logischer Beziehungen* zwischen ihnen, die als Grundsätze oder *Postulate* aufgestellt werden, und aus denen alle anderen Sätze als *Lehrsätze* abgeleitet werden. Man betrachtet dabei *die Gesamtheit der Postulate als die implizite Definition der gegebenen Grundbegriffe*, soweit das für die auf sie gegründete Theorie nötig ist.

Wenn man sagt, daß die Postulate logische Beziehungen zwischen den Grundbegriffen A, B, C . . . enthalten, so meint man, daß sie eine allgemeine oder abstrakte Form haben, so daß sie verständlich bleiben, auch wenn man von jeder bildlichen Vorstellung der Begriffe absieht und nur festhält, daß A, B, C . . . z. B. aus der Vereinigung gewisser (nicht definierter) Elemente entstehen, usw.

Nicht alle Beziehungen zwischen *A*, *B*, *C* . . . können auf diese logische Form zurückgeführt werden, es sei denn, daß man zu den gegebenen *neue undefinierte Begriffe hinzufügt.*

Die Analyse des Gedankenvorgangs wird uns später dahin führen, die logischen Beziehungen psychologisch zu erklären als Ausdruck angenommener Assoziationen und Dissoziationen von Gegenständen. Vorläufig wollen wir einige Beispiele geben, die geeignet sind, die vorstehenden Unterscheidungen zu erklären.

Die Postulate:

1. Zwei Punkte liegen auf einer und nur auf einer Geraden.
2. Eine Gerade und ein Punkt außerhalb von ihr bestimmen eine Ebene.
3. Wenn irgend zwei Punkte einer Geraden in einer Ebene liegen, so liegt die ganze Gerade in ihr.

drücken logische Beziehungen aus zwischen den Punkten, den Geraden und den Ebenen, die als „Klassen von Punkten" aufgefaßt werden.

Die Sätze hingegen, in denen von *Bewegungen* von Figuren (die aus Punkten, Geraden und Ebenen bestehen) oder von ihrer *Kongruenz* (Gleichheit) die Rede ist, drücken nicht logische Beziehungen zwischen den genannten Begriffen aus, da ihr Verständnis von der Anschauung der Figuren abhängig ist; diese kann man nur entbehren, wenn man unter die undefinierten Objekte noch einen neuen Begriff aufnimmt, der aus der Analyse von über die Bewegung angestellten Gedankenexperimenten hervorgeht, z. B. den einer gewissen Gruppe von Zuordnungen zwischen Punkten usw.[1]).

---

1) Vgl. die Sammlung von F. Enriques „Questioni riguardanti la Geometria elementare" Bologna — Zanichelli 1900 — an verschiedenen Stellen und speziell den monographischen Artikel von A. Guarducci

Es kommt darauf an, sich den Erkenntniswert der impliziten Definition klar zu machen. Wenn z. B. in einem Lehrbuch der Geometrie der Punkt, die Gerade usw. durch Postulate definiert werden, so kann man daraus entscheiden, ob gewisse logische Beziehungen zwischen diesen Begriffen bestehen oder nicht; ob aber das mit dem Worte „Punkt" bezeichnete Objekt etwas ist, das sich einem kleinen physischen Körper nähert, oder irgendein anderer Gegenstand (z. B. ein Kreis, der als Element des Systems der Kreise in einer Ebene gedacht wird), das ist eine Frage, deren Lösung uns durch die Postulate in keiner Weise erleichtert wird, denn verschiedene Gegenstände können, sofern sie eine mit gewissen abstrakten Merkmalen ausgestattete Klasse bilden, geometrisch ganz gleich behandelt werden.

Mit anderen Worten: die *implizite Definition* fungiert in einer Theorie nicht als *Realdefinition*, die die Grundbegriffe oder die Grundsymbole bestimmt, sondern als ein *Ersatz* für dieselbe in bezug auf die formale Deduktion der Theorie selbst; kurz sie läßt unendlich viele verschiedene Deutungen der Symbole zu, die nur an die Bedingung gebunden sind, daß sie die Grundpostulate formal erfüllen müssen.

Demnach muß man in der wirklichen Entwickelung der Wissenschaft die implizite Definition durch eine *konkrete Deutung* ergänzen, indem man mit Hilfe geeigneter Beobachtungen und Experimente die Bedeutung der nicht definierten Ausdrücke feststellt, durch die man konkrete Objekte oder Beziehungen zwischen solchen darstellen will, und indem man so feststellt, welche Tatsachen (oder Annahmen von solchen) durch die Postulate ausgedrückt werden sollen, so daß schließlich der wirkliche Inhalt der übrigbleibenden noch nicht definierten Begriffe sich aus den angesetzten Beziehungen ergibt.

Wir müssen bemerken, daß die Unvollständigkeit unter dem realen Gesichtspunkt keinen *Mangel* der logisch impliziten Definition bildet, angesichts der wissenschaftlichen Aufgabe der deduktiven Theorie, der sie zugrunde liegt. Es handelt sich in der Tat darum, ein gewisses System von Hypothesen der experimentellen Prüfung zu unterwerfen mit Hilfe einer angemessenen Umformung, und darum ist es *wichtig*, daß *diese Hypothesen in ihrer Gesamtheit isoliert von jeder anderen durch die Tatsachen suggerierten Hypothese betrachtet werden;* offenbar wird dieser Zweck am strengsten erreicht, wenn man eine Umformung anwendet, die diese Tatsachen für den Augenblick in Vergessenheit geraten läßt.

§ 8. Beispiele: physikalisch gegebene Begriffe.

Um das Vorstehende zu erläutern, wollen wir an einigen Beispielen das kritische Verfahren zeigen, das nötig ist, um die implizite Definition eines Begriffs oder eines Systems von Begriffen zu erhalten.

Vor allem muß man *zwei Arten* unterscheiden, wie der *Begriff gegeben* sein kann:

1. entweder handelt es sich um Begriffe, die bestimmt sind, eine gewisse physikalische Wirklichkeit darzustellen;
2. oder aber es handelt sich um solche, die in ihrer psychischen Realität betrachtet werden, ganz abgesehen von irgendeinem äußeren Gegenstand, der durch sie dargestellt werden soll.

Der erste Fall tritt bei den physikomathematischen Theorien ein, deren Begriffe implizite durch *Gleichungen* zwischen Größen definiert werden, die man durch geeignete *Messungen* erhält; die Größen sind hier die undefinierten Objekte und die Gleichungen sind die Postulate, die die zwischen ihnen stattfindenden logischen Beziehungen ausdrücken; die Messung ist das Deutungs-

mittel, das dazu dient, der deduktiven Theorie ihre physikalische Bedeutung zuzuordnen.

Nun verändert die an der Hand der Erfahrung fortschreitende Entwickelung der Theorie die erwähnten Gleichungen und *verbessert* so allmählich die implizite Definition, die infolgedessen *in jedem Augenblick die höchste Synthese der erhaltenen Resultate ausdrückt.*

Die Entwickelung einer Theorie, die Vergleichung der Messungen, die die Fundamentalgrößen liefern, verändern zuweilen indirekt die Gleichungen, indem sie die konkrete Bedeutung der durch sie verknüpften Größen verändern.

Ein einfacheres Beispiel für diesen Umstand liefert die Entwickelung des Begriffs der *Temperatur*, die man schematisch als die Aufeinanderfolge von drei Definitionen bezeichnen kann, die experimentellen Kenntnissen von steigender Genauigkeit entsprechen.

1. Erkenntnis, daß die Wärmeempfindungen mit der Ausdehnung der Körper verbunden sind, und demgemäß Definition des Temperaturzuwachses als proportional dem des Volumens.
2. Erkenntnis, daß die Ausdehnungen der Körper zwischen *gleichen Temperaturen* nicht immer proportional sind, daher *Relativität* der Temperatur in bezug auf das *Thermometer.* Abgrenzung der *Gasthermometer*, die merklich übereinstimmen, zur Definition der „Temperatur".
3. Erkenntnis der Nichtübereinstimmung der Gasthermometer bei genauerer Messung und infolgedessen Konstruktion eines idealen Maßstabes, der der Gesamtheit der Thermometer entspricht, d. h. der *absoluten Temperatur* (vgl. Kap. VI).

§ 9. Psychologisch gegebene Begriffe.

Die Analyse eines Begriffes, die dazu dient, eine implizite Definition von ihm zu liefern, stellt sich in

anderem Lichte dar, wenn es sich darum handelt, einen Begriff zu bestimmen oder zu rekonstruieren, der in irgendeiner Weise in der Entwickelung der Gedanken entstanden ist und der als dessen Gegenstand angesehen wird. Wir befinden uns dann in dem Gebiete der *psychologischen* oder *historischen Kritik.*

Unter diese Art Kritik fällt wenigstens teilweise die Untersuchung des Inhaltes eines juristischen Begriffs in einem System des positiven Rechtes.

Wenn man sich z. B. das Problem stellt, in diesem Sinne den Begriff des *Eigentums* nach unserem geltenden Rechte zu erklären, so kann man der Kritik zwei verschiedene Aufgaben zuweisen: entweder

1. die einfache Deutung des ausdrücklichen Willens des Gesetzgebers, oder
2. zu untersuchen, welcher Begriff des Rechtsinstituts aus dem Komplex aller tatsächlichen Bedingungen hervorgeht, die ein Recht implizite enthalten.

Im ersten Falle handelt es sich eigentlich darum, einen psychologisch gegebenen Begriff zu definieren; im zweiten hat das Problem Anteil an den beiden Gesichtspunkten der Untersuchung, an der psychologischen und an der realistischen, insofern gewisse tatsächliche soziale Verhältnisse mit der Darstellung verglichen werden, die im Gesetz und in der Rechtswissenschaft von ihnen gegeben wird.

Wenn wir einen Augenblick bei dem oben erwähnten Problem verweilen, so zeigt sich, auch wenn wir es in seiner beschränkteren Bedeutung nehmen, dennoch sofort die eigentümliche Schwierigkeit derartiger Fragen.

Vor allem ist klar, daß der Art. 436 des bürgerlichen Gesetzbuches[1]) in keiner Weise als eine Definition des

1) „Das Eigentum ist das Recht der uneingeschränktesten Nutznießung der Sachen und Verfügung über dieselben, sofern kein durch Gesetze oder Verfügungen verbotener Gebrauch von ihnen gemacht wird."

Eigentums betrachtet werden kann, einerseits weil er dessen Begriff auf den allgemeinen des „Rechtes" zurückführt, anderseits weil er auf vollkommenes (uneingeschränktes) Eigentum geht und daher nicht für die Begrenzungen und Verringerungen ausreicht, die das Recht in den verschiedenen Fällen erfährt.

Anderseits kann, wie wir schon bemerkten, eine wirkliche logische Definition des Eigentums überhaupt nicht gegeben werden, da sie notwendig auf Begriffen beruhen müßte, die dem zu erklärenden äquivalent sind; eher kann man verlangen, daß in geeigneten Ausdrücken die „dem Eigentümer durch das Gesetz garantierten willkürlichen an der Sache vorzunehmenden Handlungen" festgelegt werden.

Bei dieser Festlegung wäre folgendes zu berücksichtigen:

1. die physische Natur der Sache, die Gegenstand des Eigentums ist (bewegliche und unbewegliche Sachen, immaterielle Sachen, wie Kredite, Urheberrechte, Patente usw.);
2. der Rechtszustand der Sache selbst, d. h. die an sie geknüpften realen Rechte;
3. die Beziehung des Eigentümers zur Sache (ob er in ihrem Besitz ist, usw.).

§ 10. Das logische Verfahren: die Problemstellung.

In den vorhergehenden Entwickelungen haben wir erst die formale Logik in einem psychologischen Sinne charakterisiert und sodann ihre Möglichkeit aus der Entwickelung der Mathematik abgeleitet. Weiter sind wir hierdurch dazu geführt worden, eine Kritik der Definition anzustellen, und haben insonderheit in der impliziten Definition der Begriffe das logisch Erste erkannt; einige auf die Art ihrer Aufstellung bezüg-

lichen Fragen haben uns in den beiden letzten Paragraphen beschäftigt, deren Inhalt aus dem Gebiete der reinen Logik herausfällt.

Wie auch immer die wissenschaftliche Kritik zu einer impliziten Definition der einer deduktiven Theorie zugrunde liegenden Begriffe gelangt sein mag, für die logische Entwickelung dieser Theorie kommt nur in Betracht, daß folgendes als *gegeben angesehen wird:*

1. Gegenstände,
2. logische Beziehungen zwischen ihnen, die einigen Bedingungen unterworfen sind, die wir später einer Kritik unterziehen müssen.

Und die Entwickelung besteht aus:

1. der Schaffung neuer Gegenstände durch (Nominal-) Definitionen,
2. Deduktionen (im weiteren Sinne des Wortes), die zu den ursprünglichen neue Beziehungen zwischen den gegebenen und den neugebildeten Gegenständen hinzufügen.

Jeder gibt die Wichtigkeit der Deduktion zu, aber die Aufgabe der logischen (expliziten) Definition wird nicht in gleichem Maße anerkannt; schon die Bezeichnung „nominal" läßt an die einfache Einführung eines Namens, also an eine Wortersparnis für die Verfasser von Lehrbüchern denken. Es muß demnach hervorgehoben werden, daß der Name oder die verkürzte Ausdrucksweise einen konstruktiven Gedankenvorgang besiegeln, in dem der eigentliche Wert der Definition beruht.

So könnte man z. B. in einer geometrischen Abhandlung die Wörter „Polygon", „Polyeder", „Kreis", „Kugel", durch längere Ausdrucksweisen ersetzen, in denen nur von den Grundelementen Punkt, Strecke, Ebene, Entfernung, die in die Definitionen der genannten Figuren eingehen, die Rede wäre; dennoch

müßte man weiter gewisse Gruppen von Worten oder Zeichen festhalten, die gewissen Verbindungsweisen der Elemente entsprechen; und der ausdrückliche Vorsatz, sich mit diesen Gruppen, die sich in der Entwickelung der Wissenschaft gebildet haben, zu beschäftigen, ist mit der Definition, um die es sich handelt, gleichbedeutend.

Ähnliche Beispiele kann man aus der Physik anführen, wo einige Begriffe wie der der „Potentialfunktion", obgleich durch andere bereits gegebene nominal definierbar doch eine Errungenschaft von allerhöchster Bedeutung bilden.

Die Definitionen und Deduktionen, aus denen die Entwickelung jeder Theorie besteht, müssen nach unserer Betrachtungsweise als *psychische Operationen* betrachtet werden; ihre Gesamtheit wird als „*logischer Prozeß*" bezeichnet.

Es entsteht also die Aufgabe, diesen Prozeß *psychologisch zu erklären.*

Zu diesem Ende werden wir vor allem die *logischen Grundoperationen*, die den Definitionen entsprechen, untersuchen; einen Augenblick wollen wir dabei verweilen, zu zeigen, daß sie die Bildung der *rein logischen Begriffe* erlauben, und daß ihre Klassifikation sich in einer Untersuchung der *Grundtypen der Definition* widerspiegelt. Wir werden weiter sehen, wie durch diese Operationen nicht nur Begriffe *gebildet* werden, sondern auch gewisse *logische Beziehungen* zwischen diesen, so daß wir uns vor die Frage gestellt sehen, ob diejenigen *logischen Beziehungen*, die wir als *gegeben* ansehen (z. B. die Postulate einer Theorie) als Erzeugnisse eines ähnlichen Prozesses aufgefaßt werden können: diese Frage werden wir positiv beantworten können, sofern man den Begriff dieses Prozesses in geeigneter Weise erweitert in bezug auf die *Annahme* von Gegenständen des Denkens.

Endlich werden wir die *Bedingungen der Möglichkeit* dieses Prozesses einer Prüfung unterwerfen und die *Grundsätze der Logik* behandeln sowohl mit Rücksicht auf die als Gegenstände des Gedankens genommenen Objekte als auch auf die Begriffe, und wir werden die sich daran knüpfenden Fragen der *Vereinbarkeit* der Postulate diskutieren.

§ 11. Die logischen Operationen.

Wir betrachten als *gegeben* Gegenstände des Denkens, die wir als Elemente oder Individuen ansehen, die imstande sind, gewisse Verbindungen einzugehen, die aber gewissen *Bedingungen der Unveränderlichkeit*, die durch die logischen Grundsätze ausgedrückt werden, genügen.

Die psychologischen *Verbindungen* und *Trennungen*, die in das Gebiet des klaren Bewußtseins und des Willens fallen, bilden die *logischen Grundoperationen* und erlauben aus den gegebenen neue Gegenstände des Denkens zu bilden.

Man kann mehrere Gegenstände miteinander verbinden, indem man sie *nacheinander* oder *zugleich* vorstellt, und man gelangt so dazu

sie in eine *Reihe* zu *ordnen* (geordnete Gruppe)

oder

sie zu einer *Klasse* (Gruppe, Menge usw.) zu *vereinigen*.

Unter gewissen Bedingungen kann man mehrere Reihen in eine *zusammengesetzte Reihe* ordnen (Reihe von Reihen).

Und immer kann man irgend mehrere Klassen zu einer *zusammengesetzten Klasse* vereinigen (Klasse von Klassen).

Durch Ordnen zweier Klassen oder durch Konjunktion zweier Reihen gelingt es unter gewissen Be-

dingungen, die Elemente einer Klasse vermöge einer *Zuordnung* auf die der anderen zu *beziehen*, usw.

Außer der *Umkehrung* der Ordnung einer Reihe oder einer Zuordnung kann man als den vorstehenden entgegengesetzt eigentlich trennende Prozesse betrachten, die dazu führen,

die Klassen, die eine zusammengesetzte Klasse bilden, *zum Durchschnitt zu bringen*, d. h. die Gesamtheit der ihnen gemeinsamen Elemente (Durchschnitt), sofern sie existiert, zu bestimmen,

oder dazu,

von den Unterschieden der Elemente einer Klasse zu *abstrahieren*, d. h. ein neues Objekt, den *abstrakten Begriff* „Element der Klasse" zu bilden, der durch irgendeines ihrer Elemente repräsentiert werden kann, das als jedem anderen *substituierbar (gleich)* gedacht wird.

§ 12. Rein logische Begriffe.

Das Resultat der logischen Operationen ist die Bildung neuer Denkobjekte aus den alten.

Rufen wir uns alle vollzogenen Vereinigungen ins Gedächtnis zurück und vereinigen wir die so erhaltenen Klassen: durch fortgesetzte Abstraktion erheben wir uns dann zu dem allgemeinen Begriff der *Klasse* oder *Menge*.

In ähnlicher Weise kann man die abstrakten Begriffe der *Reihe*, der *Zuordnung*, des *Durchschnitts von Klassen* usw. bilden; da diese rein durch Ausübung der logischen Tätigkeit, wenn diese sich auf wirklich gedachte Objekte bezieht, entstehen, so verdienen sie den Namen *rein logischer Begriffe*.

Es sei ausdrücklich bemerkt, daß die Bildung dieser Begriffe, da sie lediglich die wirklich gedachten Dinge (deren Zahl endlich ist) benutzt, keinerlei transzendentes

Verfahren einschließt. Lediglich in bezug auf die Supposition wird es später nötig sein, die Bedeutung der erwähnten Begriffe zu erweitern.

§ 13. Elementare Typen der Definition.

Verweilen wir einmal dabei, zuzusehen, wie die Einteilung der logischen Operationen sich in einer Unterscheidung der Grunddefinitionstypen, die den rein logischen Begriffen untergeordnet sind, widerspiegelt.

Wir werden besonders drei Grundtypen betrachten: die *Definitionen durch Vereinigung, durch Durchschnittsbildung und durch Abstraktion.*

Die Definition der ersten Art ist diejenige, durch die ein Gegenstand als die *Gesamtheit* mehrerer gegebener Elemente oder als die aus mehreren geordneten Gegenständen gebildete *Reihe* eingeführt wird.

Beispiele: der *Umfang* eines Polygons ist die „Gesamtheit seiner Seiten"; eine *Menge* ist „die Gesamtheit der Menschen, die an einem Orte vereinigt sind", usw. Eine *Baumreihe*, eine *Folge* von Ereignissen sind Reihen von Elementen, die in einer bestimmten Reihenfolge betrachtet werden.

Die Definition durch Durchschnittsbildung ist im wesentlichen jene scholastische, von der es heißt: „definitio fit per genus proximum et differentiam specificam." Sie besteht in der Bestimmung einer Klasse von Dingen als gemeinsamem Teil zweier (oder mehrerer) gegebener Klassen.

Nehmen wir als Beispiel aus Fiorentino die Definition der Erbschaft, die Cicero in der Topica gibt: Erbschaft ist ein kraft eines Rechtes durch jemandes Tod erlangtes Vermögen.

Hier werden zwei Klassen von Vermögen als gegeben betrachtet, diejenigen, die auf irgendeine Weise recht-

lich erworben sind, und diejenigen, die irgendwie durch den Tod jemandes erlangt sind; die Erbschaften sind die diesen beiden Klassen gemeinsamen logischen Individuen.

Andere Beispiele:

in der Zoologie bestehen die Definitionen der verschiedenen Tierarten in der Bestimmung einer jeden als Durchschnitt von größeren (existierenden oder denkbaren) Klassen, die gewisse Merkmale aufweisen;

in der Geometrie wird die Fläche eines Dreiecks definiert als der gemeinsame Teil der durch die Seiten begrenzten und die gegenüberliegenden Spitzen enthaltenden Halbebenen usw.

Wichtiger und weniger bekannt ist die Definition durch Abstraktion, deren Bedeutung von Grassmann, Helmholtz, Mach, Maxwell und bei uns von Peano und von Vailati ins Licht gesetzt worden ist. Sie beruht auf Folgendem:

Wenn eine Klasse von Dingen gegeben ist, die (unter dem besonderen Gesichtspunkt, unter dem sie verbunden sind) als *gleich* betrachtet werden, so ist ohne weiteres der abstrakte Begriff eines Individuums der Klasse definiert.

Dies ist im wesentlichen das implizite Verfahren, durch das in der Sprache alle abstrakten Ausdrücke definiert werden.

Die Definition, die Euklid von dem Verhältnis zweier Größen gibt, ist das älteste uns bekannte Beispiel einer Definition dieser Art. Sie besteht in der Erklärung, wann zwei Paare von Größen das gleiche Verhältnis haben, d. h. einander proportional sind. Also kann man sagen: „Das Verhältnis zweier (homogener) Größen ist der abstrakte Begriff ihres Paares, insofern es jedem anderen Paare von proportionalen Größen gleich angesehen wird."

Wenn eine Klasse von parallelen Geraden gegeben ist, und man betrachtet sie als gleich, d. h. durcheinander ersetzbar (in bezug auf die Richtung), so ist dadurch der abstrakte Begriff ihrer *Richtung* definiert. So kann man sagen: Richtung ist der abstrakte Begriff der Geraden, sofern sie als durch eine ihrer Parallelen ersetzbar angesehen wird.

In der Wirtschaftslehre wird der Begriff des *Wertes* in ähnlicher Weise eingeführt. Wenn eine Klasse von auf einem gewissen Markte gegeneinander eintauschbaren Waren gegeben ist, die als gleichwertig angesehen werden, so ist dadurch ihr Wert durch Abstraktion definiert; also ist der Wert einer Ware (auf einem Markte) der abstrakte Begriff derselben, sofern sie allen Waren, die gegen sie eingetauscht werden können, gleich geachtet wird.

Wir schließen diese Bemerkungen, indem wir auf den Unterschied aufmerksam machen, der zwischen solchen Definitionen besteht, die stets mögliche Operationen, wie die Vereinigung und die Abstraktion, ausdrücken und solchen, (wie die durch Durchschnittsbildung) deren Möglichkeit der Bedingung unterworfen ist, daß die zum Durchschnitt zu bringenden Klassen gemeinsame Elemente besitzen.

§ 14. Konstruierte logische Beziehungen und Axiome.

Wenn mehrere gegebene Dinge in verschiedener Weise in Klassen vereinigt oder in Reihen geordnet werden usw., so denken wir zwischen den Dingen selbst und den konstruierten Klassen oder Reihen gewisse *logische Beziehungen*, die die vollzogenen Operationen ausdrücken. Wenn wir z. B. aus den drei Dingen a, b, c die Klasse

$$D = (a, b, c)$$

bilden, so sagen wir, daß

a Element von D ist,

oder daß

a in D ist, usw.

und die so ausgedrückte Beziehung sagt aus, daß *D* eine Klasse ist, die durch Vereinigung von *a* mit anderen Elementen gebildet ist.

Ebenso nehmen wir zwischen den Klassen

$$A = (b, c, d) \qquad B = (a, c, d)$$

eine Beziehung wahr, die in den Worten ausgedrückt wird: die Klassen *A* und *B* haben einige Elemente gemein.

Allgemein können wir sagen: *die vollzogenen logischen Operationen finden ihren Ausdruck in gewissen Beziehungen, die wir uns zwischen den gegebenen und den konstruierten Gegenständen stattfindend denken.*

Wenn man sich die Elemente und die aus ihnen zusammengesetzten Klassen (Reihen usw.) zusammen vorstellt, so weisen ihre Beziehungen immer dieselben Kennzeichen der Unveränderlichkeit auf, von denen wir schon sahen, daß sie den Gegenständen des Denkens zukommen. Aus diesem Grunde können die erwähnten Beziehungen selbst durch die Grundoperationen zusammengesetzt werden; und speziell die Vereinigung mehrerer Beziehungen zu einem *System* und der Durchschnitt mehrerer Systeme von Beziehungen werden ihrerseits als *neue Beziehungen* zwischen den gegebenen und den konstruierten Gegenständen aufgefaßt.

Nun kann man hier die *Äquivalenz* (Gleichheit) zweier Beziehungen oder Systeme von Beziehungen definieren; äquivalent sind zwei Systeme, die die gleiche Operation ausdrücken; z. B. die beiden Systeme

a gehört zu *D*, *b* gehört zu *D*

und

die Klasse (*a*, *b*) gehört zu *D*,

die beide aussagen, daß die Klasse *D* durch Vereinigung von *a* und *b* (eventuell) mit anderen Gegenständen gebildet worden ist.

Die Systeme von Beziehungen handhaben, indem man sie vereinigt, zum Durchschnitt bringt und andere äquivalente Systeme an ihre Stelle setzt, heißt *deduzieren*.

Das Urteil über die Äquivalenz der logischen Beziehungen und folglich die *Regeln der Deduktion* beruhen auf der Erkenntnis gewisser *Gesetze der Grundoperationen*, die sich in gewissen Beziehungen zwischen den rein logischen Begriffen ausdrücken (§ 12) und die man *Axiome* nennt.

Beispiele:

1. Die *assoziative Eigenschaft* der Klassen bildet das Grundgesetz der Vereinigung: eine zusammengesetzte Klasse wird auf dieselbe Weise erhalten, wenn man die Teile auf einmal vereinigt.

2. Die *transitive Eigenschaft der Gleichheit* (nach der Benennung der mathematischen Logiker) drückt das Grundgesetz des Abstrahierens aus, d. h. die Ersetzbarkeit eines Elementes einer Klasse durch ein anderes in bezug auf den allgemeinen Begriff derselben.

Es ist wichtig zu bemerken, daß dieses Axiom, das gewöhnlich so ausgesprochen wird: „zwei Dinge, die einem dritten gleich sind, sind es auch untereinander", nicht mit dem Grundsatz der Identität zu verwechseln ist (§ 17).

3. Das *kommutative Gesetz* der Vereinigung ist ein Grundgesetz der Vergleichung von Vereinigung, Ordnung und Abstraktion, d. h. „wenn mehrere Objekte auf die verschiedenen möglichen Arten in Reihen geordnet werden, so ist der abstrakte Begriff der aus diesen Reihen zusammengesetzten Klasse die Gesamtheit der gegebenen Gegenstände" usw.

§ 15. Aussagen.

Die gewöhnlichste Form der logischen Beziehungen, die die grammatikalische Logik als typisch behandelt, ist das *Urteil.* Deshalb lohnt es, einen Augenblick bei der Untersuchung der dadurch ausgedrückten Operation zu verweilen.

Durch ein *singuläres Urteil*

„*a* ist *b*",

wo das Subjekt *a* ein bestimmtes Individuum bezeichnet, kann man ausdrücken, daß *b* der abstrakte Begriff einer Klasse ist, die aus der *Vereinigung* von *a* mit anderen Individuen entsteht. Z. B. bedeutet „DANTE ist ein Dichter", daß „Dichter" der abstrakte Name der Individuen einer Klasse ist, die DANTE enthält.

Es ist klar, daß in ähnlicher Weise die Vereinigung der Elemente einer Klasse (*a*) mit anderen Elementen zu einer größeren Klasse (*b*), aus der der abstrakte Begriff *b* entsteht, durch das *allgemeine Urteil*

„jedes *a* ist *b*"

ausgedrückt werden kann.

Dagegen kann man durch das *partikuläre Urteil*

„einige *a* sind *b*",

dessen Subjekt nicht bestimmt ist, ausdrücken, daß die Klassen (*a*) und (*b*) gemeinsame Elemente haben; z. B. bedeutet das Urteil: „einige Säugetiere sind zweibeinig", daß die Klassen der Säugetiere und der Zweibeiner sich überdecken.

§ 16. Gegebene logische Beziehungen.

Wir wollen versuchen, die Ergebnisse der vorstehenden Kritik zusammenzufassen.

Wenn man irgendwelche Gegenstände des Denkens betrachtet, sagen wir *a*, *b*, *c*, *d*, und mit diesen operiert

(sie vereinigt usw.), so finden diese Operationen ihren Ausdruck in einem System von Beziehungen, die zwischen den Klassen, Reihen usw., sagen wir allgemein zwischen den Gegenständen und den aus ihnen gebildeten Begriffen statthaben; und diese Beziehungen wiederum werden gewöhnlich durch Urteile ausgedrückt. Das erwähnte System gestattet als Ganzes genommen die vollzogenen Operationen zu erkennen; aber man entnimmt ihm nur einige Beziehungen, diese drücken *zum Teil* die Bedingungen der Operationen aus. Nun nehmen wir neben den konstruierten logischen Beziehungen auch solche als *gegeben* an (als Hypothesen oder Umformungen von solchen), und diese haben eine äußerlich ähnliche Form, z. B. die von Urteilen. Es erhebt sich hier die *umgekehrte Frage*, wie oben, nämlich, „ob in jedem Falle die gegebenen logischen Beziehungen zwischen Gegenständen des Denkens (z. B. zwischen Begriffen) gedeutet werden können als Bedingungen eines assoziativen Prozesses, durch den jene Gegenstände aus Elementen hervorgehen, die in geeigneter Weise bestimmt werden".

Wenn man dieser Frage näher tritt, so verwickelt man sich in eine fundamentale Schwierigkeit: wenn man sich jedes System von Begriffen aus gegebenen Elementen zusammengesetzt denkt, so kommt es zuweilen vor, daß *die Zahl dieser Elemente als unendlich vorausgesetzt werden muß.*

Ein einfaches Beispiel bieten die ersten Postulate der Geraden und der Ebene, durch welche man diese Gebilde als Klassen von Punkten definieren will, die in der Weise gebildet sind, daß sie gewissen Bedingungen genügen.[1])

Wie können wir nun aber voraussetzen, daß *unendlich viele Gegenstände* unserem Denken *gegeben* sind?

---

1) Vgl. Enriques-Fano — „Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. IX (1894)".

Solange der Sinn des Wortes „gegeben" der ist, daß der gegebene Gegenstand wirklich gedacht wird, ist es klar, daß ohne transzendenten Gedankenprozeß unendlich viele Gegenstände nicht als gegeben angenommen werden können.

Die Sache erhält ein anderes Aussehen, wenn man neben den *gedachten* die *denkbaren* Gegenstände betrachtet, die dann nicht eigentlich als *gegeben*, sondern als *vorausgesetzt* betrachtet werden.

Man hat ein gewisses System von Begriffen, zwischen denen gewisse logische Beziehungen stattfinden; setzt man nun voraus, daß die Begriffe selbst durch logische Operationen aus gewissen Elementen gebildet werden können, so stellen sie sich als Reihen, Klassen, Zuordnungen usw. dar.

Wenn die Elemente unserer Begriffe anfänglich einmal gedacht worden sind, so lehren uns, wie gesagt, die Beziehungen zwischen eben den Begriffen ihren Entstehungsprozeß *teilweise* zu rekonstruieren. Aber wenn man die Hypothese eines anfänglichen Geisteszustandes, in dem diese Elemente gedacht wurden, fallen läßt, so behält doch der angenommene Prozeß der Assoziation der Begriffe eine Bedeutung; die Reihen oder die Klassen (die jetzt auch unendlich viele Elemente enthalten können) bekommen den Wert von *Methoden a priori die Ordnung oder Vereinigung der angenommenen Gegenstände des Denkens zu bestimmen*, die sie einnehmen, sobald sie wirklich *gedacht* werden. So haben wir z. B. durch den Begriff einer (gerichteten) Linie L als Reihe von Punkten die Möglichkeit, die Punkte zu ordnen, die etwa auf ihr gedacht werden; wenn man daher auf L drei Punkte A, B, C betrachtet, so ist eine Art, sie in eine Reihe zu ordnen, bestimmt, die uns die Wahl einer der sechs möglichen Permutationen ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA ermöglicht, nämlich derjenigen,

in der sie in der angenommenen Reihe *L* aufeinander folgen.

§ 17. Bedingungen der Möglichkeit der Begriffe: logische Grundsätze.

Das, was wir über die Deutung der logischen Beziehungen der Begriffe und über die auf sie gegründete Annahme von Gedankendingen gesagt haben, gilt unter gewissen Bedingungen der *Möglichkeit der Begriffe*, die in den vorstehenden Betrachtungen stillschweigend als erfüllt angenommen werden.

Es ist von Wichtigkeit, unter diesem Gesichtspunkt die Bedeutung der psychologischen Supposition zu erklären. Zu diesem Ende wollen wir zunächst an die Bemerkung erinnern, daß die als Elemente des logischen Prozesses genommenen Gegenstände Invarianten in bezug auf die Bewegung des Gedankens sind und speziell in bezug auf die assoziativen und dissoziativen Prozesse.

Die Bedingungen der Invarianz werden durch die *logischen Grundsätze* ausgedrückt, die sich auf die drei *Grundvorstellungen: vor* und *nach* (zeitliche Ordnung), *identisch*, *verschieden*, die jedem Gedanken zugrunde liegen, beziehen.

Es gelten bekanntlich die drei folgenden Grundsätze:

1. der Grundsatz der *Identität*,
2. der Grundsatz des *Widerspruchs*,
3. der Grundsatz vom ausgeschlossenen Dritten.

Das erste Prinzip sagt aus, daß der Gegenstand als identisch *wiedererkannt* werden kann in verschiedenen aufeinander folgenden Vorstellungen. Das zweite schließt aus, daß zwei Gegenstände, die in einer gegebenen Vorstellung unterschieden werden, in irgendeiner späteren als identisch gedacht werden. Und der dritte Satz schließlich sagt aus, daß zwischen zwei gleichzeitig vor-

gestellten Gegenständen immer entweder die Beziehung der Identität oder die der Verschiedenheit stattfindet.

In ihrer Gesamtheit erteilen diese Grundsätze den Gegenständen des Denkens eine von der Zeit unabhängige psychische Realität und sind infolgedessen die Voraussetzung einer symbolischen Logik, die darauf ausgeht, den *genetischen* Vorgang der logischen Operationen als ein System von *aktualen Beziehungen* darzustellen.

Daher fehlt die Möglichkeit, diese Prinzipien symbolisch darzustellen, da sie nicht fundamentale Urteile ausdrücken, die der Denker berücksichtigt, indem er sie zu den Postulaten der einzelnen Theorien hinzufügt, sondern, wie gesagt, die *notwendigen Bedingungen*, denen die *Gegenstände* des logischen Prozesses genügen müssen. Die Schreibweise $a = a$ bezeichnet keineswegs das Prinzip der Identität, sondern ein bedeutungsloses tautologisches Urteil!

Die Bedingungen der Invarianz, die durch die logischen Grundsätze ausgedrückt werden, werden für jeden Gegenstand, der als solcher gedacht wird, *willkürlich festgesetzt;* einen Gegenstand denken heißt geradezu ihn als wiedererkennbar bestimmen, d. h. den Ablauf der auf eine Abänderung der Vorstellungen gerichteten unbewußten Assoziationen verhindern.

Die Tatsache, daß die einmal identifizierten Gegenstände des Denkens sich gegenüber den logischen Operationen invariant verhalten, folgt aus deren Gesetzen, die in den Axiomen ausgedrückt sind. Die konstruierten logischen Beziehungen bedeuten letzten Endes, daß *bestimmte Operationen zur Wiedererkennung bestimmter Identitäten oder bestimmter Verschiedenheiten führen.*

Die eben angeführte Tatsache kann man auch so ausdrücken: „die logischen Beziehungen, die von gedachten Gegenständen aus konstruiert werden, sind a

priori *vereinbar*", oder: „die konstruktiven Operationen sind *möglich*, ohne jemals zu einem *Widerspruch* zu führen."

Wenn es sich nun um nicht wirklich gedachte Gegenstände handelt, sondern um solche, die als Elemente eines Begriffs vorausgesetzt werden, so schränkt der Wille, der diesen als gegeben setzt, in verschiedener Weise die weiteren Bestimmungen ein, durch welche diese auf der Bühne des Gedankens noch nicht erschienenen Gegenstände identifiziert und unterschieden werden sollen. Und die *Vereinbarkeit* der Einschränkungen, welche durch die den Begriff definierenden Beziehungen ausgedrückt werden, oder die Vereinbarkeit dieser Beziehungen bildet eine Bedingung der Möglichkeit des Entstehungsprozesses dieser Beziehungen.

Die Bedeutung dieser Supposition ist also die, daß die deduktive Entwickelung der gegebenen Beziehungen niemals zu einem *Widerspruch* führt, denn ein solcher würde die Nichtinvarianz irgendeines der angenommenen Objekte in bezug auf den geforderten assoziativen Prozeß und folglich die Unmöglichkeit, jenes als Element von diesem zu denken, zeigen.

Demnach gilt folgender Satz:

Die logischen Grundsätze drücken nicht nur die Grundbedingungen der Invarianz der gedachten Gegenstände in bezug auf die assoziativen Operationen aus, sondern auch die Bedingungen der Möglichkeit der Begriffe, d. h. die Möglichkeit, sich die logischen Beziehungen zwischen diesen als aus angenommenen Elementen aufgebaut vorzustellen.

§ 18. Vereinbarkeit der Postulate einer Theorie.

Wie kann man sich versichern, daß gegebene Beziehungen, die einen Begriff oder ein System von solchen definieren, vereinbar sind?

Dies ist das Problem, das sich am Anfang einer jeden deduktiven Theorie einstellt, die auf einem System von Postulaten beruht. Und die Schwierigkeit ist besonders in dem Falle wesentlich, in dem die Begriffe nicht als aus einer endlichen Anzahl von Elementen entstanden dargestellt werden können.

Man kann die erforderliche Entscheidung begründen:

1. auf die *Erfahrung*, und zwar
   a) die physikalische oder
   b) die psychologische;
2. auf die *Anschauung* der Begriffe;
3. auf einen *logischen Beweis*.

Wir wollen die Bedeutung und den Wert dieser drei Begründungsarten prüfen.

1a. Obgleich unter einen möglichen Begriff nicht notwendig ein wirkliches Ding zu fallen braucht, so wird dagegen vorausgesetzt, daß der Begriff von dem, was wirklich ist, möglich sei; sagt man doch geradezu in diesem Sinne, daß das Wirkliche nicht widerspruchsvoll sein kann. Auf Grund dieses Prinzips beweist man die Widerspruchslosigkeit eines Systems von (hypothetischen) Beziehungen, indem man auf Grund einer *beliebigen Deutung* der Begriffe durch Erfahrung zeigt, daß das System einer Wirklichkeit entspricht.

Der Wert dieser Begründung würde darauf beruhen, daß die realen Invarianten (Kap. II) als Gegenstände des Denkens vorgestellt werden können.

Es ist aber hierzu einiges zu bemerken.

Vor allem ist die Unveränderlichkeit der wirklichen Dinge nur eine angenäherte, und folglich die Konstruktion der entsprechenden Gedankenobjekte nicht völlig bestimmt, so daß man wenigstens zwischen *qualitativen* und *quantitativen Versuchen* unterscheiden müßte (vgl. den zweiten Teil dieses Kapitels).

Ferner genügen die nur in endlicher Zahl wirklich ausführbaren Experimente nicht als Beweis der Realität; es ist, wie wir sehen werden, eine Deutung derselben notwendig, und diese hängt von einer *Darstellung durch Begriffe* ab. Unter diesem Gesichtspunkt kann der Versuch eines experimentellen (physikalischen) Beweises für die logische Widerspruchslosigkeit eines Systems von Hypothesen als Circulus vitiosus erscheinen, da die Widerspruchslosigkeit im allgemeinen eine notwendige Bedingung der Bestätigung ist; immerhin bleibt bestehen, daß das Nichterfülltsein dieser Bedingung den Erfolg der hinreichend weit verfolgten Bestätigungen verhindern wird. Außerdem führt der Versuch eines physikalischen Beweises für die Vereinbarkeit gewisser Beziehungen zu einer deduktiven Weiterentwickelung derselben und folglich zur Ausführung der Prüfung 1b.

1b. Diese Probe besteht nämlich gerade in der Erkenntnis, daß eine *hinreichend* weitgetriebene deduktive Weiterentwickelung in verschiedenen Richtungen nicht zu Widersprüchen geführt hat.

Trotz der Fehlerquellen, denen die Anwendung dieses Kriteriums ausgesetzt ist, hat es doch große Beweiskraft, wenn dabei reichlich eine vergleichende Kritik verwandt wird, die die von der Geschichte der Wissenschaft gegebenen Lehren berücksichtigt.

2. Die Berufung auf die Anschauung garantiert, obgleich sie auf Schwierigkeiten der Deutung stößt, die wenig kritische Köpfe zu Irrtümern führt, dennoch die Möglichkeit der Begriffe, weil sie Assoziationen und Abstraktionen erfordert, die zu einer Beseitigung des in den ausgearbeiteten Hypothesen etwa vorhandenen Widerspruchs beitragen. In diesem Sinne stellt die Anschauung eine reiche psychologische Erfahrung dar.

3. Der logische Beweis bietet das einzige *streng sichere* Mittel dar, hat aber nur einen *relativen* Wert.

Es handelt sich darum, zu erkennen, daß, wenn gewisse Begriffe als möglich gegeben sind, daraus logisch andere abgeleitet werden können, woraus sich ergibt, daß aus der vorausgesetzten Vereinbarkeit derjenigen Beziehungen, die die ersten definieren, diejenige der die zweiten definierenden folgt.

Wir wollen nunmehr diese Betrachtungen vergleichen mit der historischen Entwickelung der Probleme, die uns darauf gebracht haben, und mit den sich auf sie beziehenden Bewertungen.

Die Frage der Widerspruchslosigkeit eines Systems von Postulaten trat in der Geometrie auf im Zusammenhang mit der Aufstellung der nichteuklidischen Theorien (vgl. Kap. IV). Die Begründer derselben gründeten zuerst ihre Überzeugung von der logischen Widerspruchslosigkeit ihrer Annahmen auf den Umstand, daß sie in einer ziemlich weit vorgeschrittenen Entwickelung nicht auf Widersprüche gestoßen waren.

Aber die Frage wurde erst definitiv entschieden durch den Beweis, daß die Widerspruchslosigkeit der nichteuklidischen Annahmen eine Folge ist von derjenigen der Grundeigenschaften der ganzen Zahlen, die für die arithmetischen Operationen vorausgesetzt werden, oder derjenigen der Postulate der euklidischen Geometrie.

In den neuesten kritischen Arbeiten über die Grundlagen der Geometrie wird gleichermaßen auf diese beiden Gesichtspunkte zurückgegriffen; vor allem die deutsche Schule knüpft seit Riemann an die Arithmetik an, während die italienische arithmetrische Schule seit dem „Saggio„ Beltramis die Frage der Widerspruchslosigkeit der Postulate durch Benutzung verschiedener konkreter Deutungen und vornehmlich solcher, welche die Anschauung des gewöhnlichen euklidischen Raums darbietet, behandelt hat.

Es ist klar, daß die (bewußt angestellte oder in der Anschauung der Begriffe enthaltene) psychologische Erfahrung die Widerspruchslosigkeit sowohl der Arithmetik als der euklidischen Geometrie garantiert; außerdem läßt sich durch Einführung der Koordinaten die Möglichkeit der einen auf die der anderen zurückführen; so daß unter diesem Gesichtspunkt die gelieferten Beweise äquivalent erscheinen. Vom physikalischen Standpunkt dagegen haben die Experimente, die das Stattfinden der in der Arithmetik enthaltenen Beziehungen beweisen, vor denen, die die Geometrie betreffen, den Vorzug, daß sie qualitativ sind, d. h. daß sie sich auf Beziehungen beziehen, die nur in unstetiger Weise variieren können.

Aber es gibt noch einen anderen Gesichtspunkt, unter dem die Widerspruchslosigkeit der Arithmetik als die Mindestforderung erscheint, die gestellt werden muß, um die Möglichkeit der Begriffe zu behaupten.

§ 19. Die Grundlagen der Arithmetik.

Wir wollen hier kurz die Fragen erörtern, die sich auf die Grundlagen der Arithmetik und auf die Möglichkeit der dazu erforderlichen Annahmen beziehen. Wir müssen uns dazu die kritischen Untersuchungen von Dedekind, Peano usw. gegenwärtig halten, aber besonders die von Peano, die uns logisch und algorithmisch am vollkommensten erscheinen, die aber mit Absicht von den psychologischen und philosophischen Problemen absehen.

Das *Zählen* kann man auf eine *physikalische* Voraussetzung gründen. Man betrachtet als *gegeben* mehrere *Reihen* von Gegenständen

$$a,\ b,\ c\ldots$$
$$m,\ n,\ p\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots$$

deren allgemeine Glieder bzw. mit A, M, ... bezeichnet werden sollen.

Für jede der Reihen wird vorausgesetzt, daß

1. jedes Element ein bestimmtes unmittelbar Folgendes hat;
2. jedes mit Ausnahme von einem *(dem ersten)*, das auf kein anderes folgt, ein bestimmtes unmittelbar Vorangehendes besitzt;
3. soll die folgende Eigenschaft stattfinden *(Prinzip der mathematischen Induktion)*[1]*:* wenn eine Klasse von Elementen mit jedem A sein unmittelbar folgendes Element enthält, und wenn sie a enthält, so enthält sie alle Elemente der Reihe a, b, c, ... (analog für die anderen Reihen).

Wir können die folgenden Reihen bilden:

$$a,\ (ab),\ (abc)\ \ldots$$
$$m,\ (mn),\ (mnp)\ \ldots$$
$$\ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots$$

Indem wir die Elemente (Klassen), die sich in derselben Kolonne des obigen Schemas finden, zu einer (zusammengesetzten) Klasse vereinigen, definieren wir durch Abstraktion nacheinander die Zahlen

$$1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

Die Entwickelung der arithmetischen Operationen läßt sich dann auf die logischen Axiome und auf die Postulate 1, 2, 3 gründen.

---

1) Man darf die *mathematische Induktion,* durch die man von n auf $n+1$ schließt, nicht verwechseln mit der aristotelischen *vollständigen Induktion,* die im § 1 erwähnt wurde und durch die man für den abstrakten Begriff einer Klasse das erschließt, was für jeden der sie zusammensetzenden Gegenstände als bekannt angenommen wird. Die mathematische Induktion wurde viel später entdeckt; nach dem, was mir Vailati mitteilt, geht sie auf Maurolico (1550) zurück.

Die Aufgabe dieser Postulate und besonders des dritten, das zuerst PEANO als definierende Eigenschaft des Zahlsystems aufgefaßt hat, besteht in der Gewährleistung der widerspruchslosen Anwendbarkeit der erhaltenen Ableitungen auf die unendlich vielen Elemente und Beziehungen, die in dem allgemeinen Begriffe der (ganzen) Zahl enthalten sind.

Es ist nun für unseren Zweck besonders wichtig, zu bemerken, daß eine Reihe wie $a, b, c, \ldots$ außerhalb der physikalischen Erfahrung angenommen werden kann vermittelst gewisser *allgemeiner Bestimmungen*, die eine unbegrenzt fortsetzbare Folge von Denkakten involvieren. Seien z. B. zwei Gegenstände a, α gegeben, und man bilde den neuen Gegenstand

$$b \equiv (a, \alpha),$$

den man durch ihre Vereinigung erhält; in ähnlicher Weise bilde man

$$c \equiv (b, \alpha), \quad d \equiv (c, \alpha), \quad \ldots$$

Die Reihe

$$a, b, c \ldots,$$

die so psychologisch definiert ist, genügt den Bedingungen 1, 2, 3.

Auch auf Grund der reflexiven Eigenschaft des Gedankens gelingt es, eine ähnliche Reihe zu bilden:

$a, b \equiv$ Gedanke an a, $c \equiv$ Gedanke an b usw.

Es sei bemerkt, daß die erste dieser Konstruktionen zu einem *dyadischen Zählsystem* führt, wobei allerdings die geordnete *Schreibweise* der Ziffern eine physikalische (geometrische) Voraussetzung erfordert.

Aus dem Gesagten ergibt sich, daß die Grundvoraussetzung der Arithmetik außer auf eine physikalische auch auf eine psychologische Realität gegründet werden kann, d. h. auf die Tatsache, daß gewisse Denkakte unbegrenzt wiederholt werden können, indem man sie

allgemeinen Bestimmungen unterwirft, so daß Reihen entstehen, die den Bedingungen 1, 2, 3 genügen.

Da demnach die Arithmetik außer den Assoziationsgesetzen (Axiomen) nur eines psychologischen Postulates bedarf, so kann man sie in gewissem Sinne als einen Teil der Logik betrachten oder als eine Erweiterung derselben, in der die Axiome durch das *Prinzip der mathematischen Induktion* ergänzt werden, das als eine *Grundeigenschaft der psychologisch gebildeten Reihen* angesehen wird[1]).

B. Die Anwendung der Logik.

§ 20. Fundamentale Probleme.

Nachdem wir die Probleme erörtert haben, die sich auf den logischen Teil des Erkenntnisprozesses in seiner vollkommensten subjektiven Form beziehen, wenden wir uns zur Betrachtung desselben Vorgangs in seinen Beziehungen zur Wirklichkeit. Vom Studium der reinen Logik gehen wir also über zu dem ihrer Anwendung.

Wir haben schon darauf hingewiesen, welche Aufgabe dem deduktiven Raisonnement in der Erkenntnis zufällt als *Instrument zur Umformung der Hypothesen.* Nunmehr muß diese Umformung näher untersucht

1) Die Frage der Vereinbarkeit der arithmetischen Postulate ist durch die Mitteilung D. Hilberts auf den letzten Mathematikerkongressen (Paris 1900, Heidelberg 1904) auf die Tagesordnung gebracht worden. Hilbert versucht einen logischen Beweis; aber wir verstehen nicht recht, wie die Meinung des großen Mathematikers aufzufassen ist.

An die erwähnten Mitteilungen schließt sich eine polemische Schrift von A. Padoa an, der (ohne Unterschied der Experimente) den empiristischen Standpunkt vertritt; gegen die Ansichten dieses Autors sind teilweise die Bemerkungen unseres vorangehenden Paragraphen gerichtet.

und es müssen zwei Probleme beleuchtet werden, von denen das eine dem anderen untergeordnet ist und die die Bewertung der wissenschaftlichen Theorien betreffen.

1. Wenn einige über eine gewisse Gruppe von Tatsachen aufgestellten Hypothesen durch Raisonnement umgeformt werden, so wird als *einleuchtend* angenommen, daß das Erfülltsein der Voraussetzungen dasjenige der Folgerungen nach sich zieht: aus demselben Grunde wird die umgekehrte Annahme gemacht, wenn es sich um umkehrbare Schlüsse handelt, d. h. wenn die gegebenen und die umgeformten Hypothesen einander *logisch äquivalent* sind.

Eine derartige Annahme erkennt, wenn sie ohne Einschränkung gemacht wird, der Deduktion einen realen Wert zu und impliziert, daß ihre Anwendung in jedem Zweige der Wissenschaft unbedingt zulässig ist. Es muß aber untersucht werden, wie weit dieses Urteil richtig ist.

Zu diesem Ende stellen wir uns das allgemeine Problem, wie es möglich ist, daß der logische Prozeß eine Darstellung der Wirklichkeit liefert, d. h. unter welchen Bedingungen und auf welche Weise es zugeht, daß die (durch subjektive Gesetze geregelte) Umformung der Begriffe sich in einer Umformung der realen Beziehungen widerspiegelt, indem sie eine Verknüpfung des Zugleichseins zwischen diesen herstellt.

2. Das zweite dem ersten untergeordnete Problem betrifft die Art der Verifikation eines Systems von Hypothesen, die in einer Theorie verbunden sind; es handelt sich also darum, die Frage zu beantworten, ob und in welchen Grenzen eine gegebene deduktive Theorie geeignet ist, eine gewisse Gruppe von wirklichen Beziehungen darzustellen.

§ 21. Die logische Darstellung und das Postulat der Erkenntnis.

Behandeln wir vor allem das erste Problem!

Die Möglichkeit, die Wirklichkeit logisch darzustellen, muß folgendermaßen verstanden werden: den Invarianten der Erfahrung, die die wirklichen Dinge (Gegenstände und Beziehungen) bilden, können die Invarianten (Gegenstände) des Denkens zugeordnet werden, und zwar so, daß den unveränderlichen Koexistenzen und Sukzessionen jener die Klassen und Reihen von diesen entsprechen.

Das im zweiten Kapitel ausgesprochene Postulat der Erkenntnis behauptet schon in angenäherter Weise diese allgemeine Möglichkeit; es ist aber klar, daß, wenn man die logische Darstellung der Wirklichkeit als unbegrenzt fortsetzbar annimmt, man das erwähnte Postulat in einem strengen Sinne nimmt, der über das hinausgeht, was zur Begründung der für das Leben notwendigen Erkenntnisse erforderlich ist.

Nehmen wir für einen Augenblick an, daß diese strenge Auffassung zulässig sei, d. h. daß man eine absolut vollkommene logische Durchdringung der Erfahrung annehmen dürfte, und fragen wir uns, was dabei vorausgesetzt ist. Wir sind dann, mit Kant, gezwungen, die Kategorien der *Substanz* und der *Ursache* als *notwendige* und *allgemeine Beziehungen* zu betrachten, die *die Bedingungen a priori der Möglichkeit der Erfahrung* enthalten. Auf diese würden sich gleichfalls *apriorische synthetische Urteile* beziehen, denen durch die Tatsache der Möglichkeit *objektive Gültigkeit* verliehen würde.

Aber die Schlüsse einer solchen Kritik scheinen uns aus folgenden Gründen bestreitbar: die Vorstellungen der Substanz und der Ursache in einem absoluten Sinne ge-

nommen, bilden nicht die Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung, *wie sie ist*, in ihren unvollkommenen und unstrengen Formen, sondern nur für eine *typische Erfahrung*, der eine streng beweiskräftige Bedeutung zukommt, deren Möglichkeit aber nicht besteht.

Die logische Vorstellung der Wirklichkeit, so wie sie sich fortschreitend in der Wissenschaft darstellt, hat nicht eine irgendwie vollendete Form der Erkenntnis zur Voraussetzung, so daß der daran geknüpfte Beweis der Existenz von *Erkenntnissen a priori* nicht gelingt. Das Dilemma, das Kant aufstellt zwischen ihrer Annahme und dem Skeptizismus, kann man nicht zugeben, denn er stellt eine absolut rationale Wissenschaft einer absoluten Unwissenheit gegenüber, während doch in Wahrheit die verschiedenen Grade des Wissens nie volle Strenge erreichen. Daß im allgemeinen die Möglichkeit der Erfahrung gewissen logischen Kriterien unterworfen ist, besagt gar nichts Bestimmtes, solange nicht gesagt ist, welche Arten von Erfahrung ihrer Möglichkeit nach von gewissen Bedingungen oder Tatsachen abhängen.

Und dieses Urteil ist offenbar a posteriori.

Das Postulat der Erkenntnis, in seinem wahren positiven Sinne verstanden, fordert eine *nur relative, nicht eine strenge Unveränderlichkeit* gewisser Gegenstände der Erfahrung, die als wirkliche Dinge bezeichnet werden; die logische Darstellung der Wirklichkeit setzt einen (theoretisch absoluten) Grad der Unveränderlichkeit voraus, der in jedem einzelnen Falle davon abhängt, wie weit die Deduktion getrieben ist. Daraus ergibt sich eine Antinomie, die sich löst, wenn man die Anwendung der Logik einschränkt.

Um die vorstehenden Behauptungen zu präzisieren und um tiefer in die Frage einzudringen, ist es gut, mit einer Kritik der Begriffe Substanz und Ursache zu beginnen.

§ 22. Substanz: Materie und Energie.

Die Vorstellung, die wir uns von der *Substanz* oder von einem unveränderlichen Substrat der Erscheinungen machen, drückt unsere Überzeugung aus, daß es in der Wirklichkeit gewisse Koexistenzen der Erscheinung gibt, vermöge deren einige sinnliche Merkmale sich in der *gleichen* Zusammensetzung immer wiederfinden und dadurch Gegenstände bilden, und daß folglich aus der Übereinstimmung in einigen Merkmalen diejenige in anderen folgt. Genau dieselbe Überzeugung liegt der Vorstellung der wirklichen Dinge durch Begriffe zugrunde, die durch Abstraktion von Klassen von Elementen gebildet werden.

Nun nimmt die allgemeine Substanzvorstellung in der Erkenntnis einiger Invarianten, die vom Kantischen Standpunkt als streng a priori aufgefaßt werden müßten, konkrete Gestalt an.

Diese Invarianten sind für die moderne Physik die *Materie* und die *Energie*.

Auch Kant selbst führt als Beispiel eines synthetischen Urteils a priori den Grundsatz an, daß „bei allen Veränderungen der körperlichen Natur die Quantität der Materie ungeändert bleibt".

Was bedeutet dieser Grundsatz?

Wenn man darin wirklich eine synthetische Erkenntnis sehen will, so muß vor allem die „Quantität der Materie" positiv definiert werden. Und wo dies geschieht, z. B. mit Hilfe des Gewichts, da drückt die Unveränderlichkeit der Materie nur das Ergebnis der Versuche von Lavoisier aus; nimmt man jedoch die dynamische Definition der Quantität der Materie an (vgl. Kap. V), so drückt unsere Aussage eine abstraktere Beziehung aus, die sich aus der Vergleichung ausgedehnter Experimente ergibt, besonders jener oben erwähnten

chemischen und der Pendelversuche Bessels (Proportionalität von Masse und Gewicht an jedem Ort der Erdoberfläche).

Aber alle diese Experimente sind ungenau, und der Grundsatz in seiner exakten Form fügt dem die Annahme einer genaueren Bestätigung nach Entfernung oder Korrektur mancher Fehlerquellen hinzu.

Mit welchem Rechte behauptet man, daß diese Annahme sich notwendig bestätigen *muß?* Eine solche Behauptung ist so weit davon entfernt, allgemein gerechtfertigt zu erscheinen, daß einige kürzlich von Landolt ausgeführte und von Heydweiller wiederholte feine Versuche die Unveränderlichkeit des Gewichtes bei chemischen Umsetzungen in Zweifel ziehen. Bei der Lösung eines Sulfates in Wasser glaubt man einen merklichen, wenn auch unter 0,000001 liegenden Gewichtsverlust wahrgenommen zu haben.

Es steht dem nichts entgegen, daß diese Schlüsse so klar bewiesen werden, daß sie als feststehende Tatsache betrachtet werden müssen. Was wird man dann über die Unveränderlichkeit der Materie sagen?

Man kann (wie Lord Raleigh bemerkt) den Grundsatz retten, indem man den Zweifel auf die Experimente von Bessel wirft; es ist dies eine plausible Hypothese, die jedoch auch ihrerseits der Kontrolle der Erfahrung unterworfen werden wird.

Es stehen auch noch andere Auswege offen. Man kann z. B. mit Heydweiller seine Zuflucht zu der Hypothese einer verschiedenen *Radioaktivität* der Materie nehmen; die Masse wäre dann bei chemischen Umsetzungen nicht mehr streng konstant, wenn man nicht zu dem Ergebnis der gewöhnlichen Messungsmethoden noch *etwas anderes* hinzunimmt, das sich auf die an der Erscheinung beteiligten Körper bezieht, sich aber außerhalb und entfernt von diesen abspielt.

Aber damit ändert man erstens die Bedeutung des Lavoisierschen Grundsatzes und zweitens zeigt sich darin auch die Unmöglichkeit, ihm eine strenge Bedeutung zu geben, denn man wird die Strahlungen eines Körpers nicht auf eine der Erfahrung zugängliche Region des Raumes beschränken können.

Wenn die letzten Schlüsse als in jeder Weise evident anerkannt werden, so kann der apriorische Charakter des Prinzips von der Konstanz der Masse nicht aufrecht erhalten werden, es sei denn, daß man in ihm eine einfache *definitorische Bedingung* für die Quantität der Materie erblickt; und in diesem Sinne behält das Urteil noch seinen synthetisch apriorischen Charakter, wenn es als die Annahme aufgefaßt wird, daß ein Gegenstand *existiert*, der der Forderung der Unveränderlichkeit streng genügt.

Aber gerade diese transzendentale Annahme erweist sich als bedeutungslos aus den so oft wiederholten Gründen; worauf aber reduziert sich eine definitorische Bedingung, der kein physikalisch möglicher Gegenstand entspricht?

Bei dieser Betrachtungsweise der Dinge bleibt folgendes übrig: in dem Augenblick, wo die Erfahrung die strenge Gültigkeit des Grundsatzes zu erschüttern scheint, wird das bereits als Teilerkenntnis erhaltene Ergebnis zum Ausgangspunkt neuer Korrektionshypothesen, die zum Ziele haben, eine strengere Unveränderlichkeit zu erreichen. Und dieser Versuch vollzieht sich in der Weise, daß man den als ungenau erwiesenen Ausdruck der Beziehung formal beizubehalten sucht, gemäß jenem *Prinzip der formalen Permanenz*, in dem Peano eine *Ökonomie* der wissenschaftlichen Ausdrücke gefunden hat.

Nur unter diesem Gesichtspunkt scheint uns Poincarés Ansicht richtig, der gewisse Prinzipien als reine

Vereinbarungen ansieht, während unserer Meinung nach die wahre Bedeutung der Prinzipien selbst in ihrem veränderlichen Gehalt an realen *Annahmen* liegt, die die Tendenz haben, ihre physikalische Bedeutung dem jeweiligen Stande der wissenschaftlichen Arbeit anzupassen.

Demnach begegnen wir in der allgemeinen Substanzvorstellung lediglich jenem Vertrauen, das uns veranlaßt, eine *wenig veränderliche* Beziehung uns zusammengesetzt zu denken aus einigen veränderlichen Elementen, indem wir dahinter etwas *noch Festeres* suchen.

Ein gleich klares Ergebnis hat eine Prüfung des Prinzips der Erhaltung der Energie.

Mayer hat entdeckt, daß es ein dynamisches Äquivalent der Wärme gibt, so daß man darauf geführt wird, in jedem *isolierten System* die Summe der kinetischen, der Lageenergie und der Wärmemenge als konstant anzusehen.

Aber das so ausgesprochene Gesetz bestätigt sich nicht, wenn andersartige Erscheinungen hinzutreten: elektrische, magnetische, optische usw. Wir müssen unser Gesetz also abändern und in diesen Erscheinungen ein Element aufsuchen, das bei dynamischen oder thermischen Veränderungen einen quantitativ unveränderlichen Repräsentanten besitzt. Das Prinzip der Energetik nimmt so im zweiten Stadium seiner Entwickelung eine Rolle an, die einer definitorischen Bedingung vergleichbar ist. Aber erst im dritten Stadium erhält es wirklich einen Sinn, wenn nämlich festgestellt ist, was unter elektrischer, magnetischer, optischer, chemischer usw. Energie zu verstehen ist und man so dazu gelangt, einen komplizierteren und abgeschlosseneren physikalischen Zusammenhang auszudrücken.

Man kann nicht behaupten, daß das neue Gesetz streng erfüllt ist. Es genügt, sich zu überlegen, wie die

Energie der Lage in die Gesamtenergie eines Systems eingeht, um einzusehen, daß es keine völlig isolierten Systeme gibt. Auf der Suche nach einem solchen System würden wir auf die Betrachtung des ganzen Universums in seiner Unendlichkeit geführt werden. Aber welchen Sinn hätte die Behauptung, daß die Energie des Weltalls konstant ist, wenn sie, wie anzunehmen, unendlich ist?

Zusammenfassend können wir sagen, daß die Bedeutung jener Prinzipien, die an die Vorstellung von etwas Substanziellem anknüpfen, die folgende zu sein scheint:

1. die relative und angenäherte Erkenntnis einer wirklichen unveränderlichen oder, wenn man genau sein will, wenig veränderlichen Beziehung;
2. ein allgemeines Vertrauen, daß hinter dieser Beziehung und als Ergänzung derselben etwas noch Konstanteres entdeckt werden könne;
3. die konkrete Annahme, daß in den verschiedenen Fällen diese Korrektion dadurch erhalten werden kann, daß man diese und jene anderen Sinnesdaten berücksichtigt, und daß sie zu verifizieren ist, indem man durch Mittelbildung usw. gewisse Fehlerquellen eliminiert.

Die erste Bedeutung entspricht der dogmatischen Betrachtungsweise der fertigen Wissenschaft, in der die Ergebnisse der angestellten Versuche niedergelegt sind; die zweite und dritte enthalten den Ausdruck eines Wunsches, der in einer immer mehr bestimmten Annahme neue mögliche Experimente antizipiert.

§ 23. Ursache.

Auch aus der Ursachenbeziehung verschwindet, wenn man sie positiv versteht, jede Vorstellung einer strengen Unveränderlichkeit.

Wenn man behauptet, daß *Ursache* und *Wirkung* Erscheinungen sind, die unveränderlich aufeinanderfolgen, so werden immer *gewisse Bedingungen* stillschweigend vorausgesetzt. Und wenn es angebracht sein kann, die Ursache dadurch zu komplizieren, daß man die *wesentlichen* Bedingungen, unter denen die Beziehung der Aufeinanderfolge eintritt, berücksichtigt, so ist klar, daß hier eine *Auswahl* stattfindet, die von der *Häufigkeit* gewisser Bedingungen oder von dem *Interesse* abhängt, das sie anderen gegenüber bieten. Würde man versuchen, die Komplikation bis in ihre letzten Konsequenzen zu verfolgen, so würde der Begriff der Ursache jeden Sinn verlieren, weil absolut genommen jede Erscheinung die Wirkung des vorhergehenden Zustandes des Universums ist und man daher, um eine genaue Wiederholung der Erscheinung zu erhalten, diesen Zustand wieder herstellen müßte!

Es ist ziemlich schwer, die Auswahlkriterien genau anzugeben, die bei einer jeden Art von Tatsachen den Ursachenbegriff näher bestimmen. Während man vom abstrakt logischen Standpunkt in dieser Auswahl eine freie *Übereinkunft* sehen kann (gemäß der in der neueren französischen Philosophie vertretenen Ansicht), so muß man doch, wenn man die wesentliche Seite der Frage betrachtet, unterscheiden:

1. Die stillschweigenden *Annahmen*, wonach die Veränderungen gewisser Elemente keine merkliche Änderung des in Rede stehenden Phänomens nach sich ziehen: so wenn z. B. beim Studium der irdischen physikalischen Erscheinungen die astronomischen Beziehungen unserer Erde als immanente Bedingungen angesehen werden (was durch Vergleichung der Experimente widerlegt werden und eine spätere Korrektur erforderlich machen kann).

2. Die *Bedingungen*, die die Tatsache willkürlich zwischen den Grenzen gewisser interessanter Veränderungen einschließen, z. B. derjenigen, die in den Bereich des Willens fallen, usw.

In der Psychologie bildet das Leben und die Unversehrtheit der Organe das Ganze der Bedingungen, die wir als fest betrachten, wenn wir den Determinismus gewisser Funktionen untersuchen, so daß die physiologische Erfahrung auf eine ernste Schwierigkeit stößt, wenn solche Bedingungen von ihr verändert werden. Gerade aus diesem Grund sind die Versuche mit der direkten Exstirpation der Gehirnlappen so schwer zu interpretieren in bezug auf das Problem der Lokalisation, weil man den Nervenchoc, der auf die Operation folgt, und die hinzutretenden stellvertretenden Funktionen berücksichtigen muß.

In den juristischen Wissenschaften beschränkt man den Begriff der Ursache auf das, was mit der Tätigkeit des Menschen zusammenhängt, weil es darauf ankommt, auf diese zu wirken.

Die Theorie der *Verantwortlichkeit*, die als klassisch bezeichnet werden kann, beruft sich geradezu auf den willkürlichen Charakter der Handlungen, handle es sich nun um *dolus* oder um *culpa* (Fahrlässigkeit). Diese Ansicht scheint in dieser Lehre heute überwunden zu sein. Wenn z. B. eine Verantwortlichkeit statuiert wird für den Schaden, der durch die Ausübung einer großen wirtschaftlichen Tätigkeit entsteht, so kann man dabei nicht eigentlich von culpa sprechen, es sei denn vermöge einer juristischen Fiktion, daher scheint die Ansicht angemessener, die unter Berücksichtigung der statistischen Resultate in ähnlichen Fällen einen (nicht spezifizierten) Schaden als unmittelbare Folge der erwähnten Ausübung ansieht. Auf jeden Fall handelt es sich um die Betrachtung des willkür-

lichen Faktors, auf den das Gesetz im wirtschaftlichen Sinne wirkt.

In anderen Fällen ist es jedoch nicht ebenso sicher, daß man sich in diesen Grenzen halten muß; und anderseits erscheint es auch gerecht, die objektiven Elemente zu berücksichtigen, die imstande sind, mitbestimmend zu wirken (wie z. B. die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit dafür, daß aus einer gegebenen Handlung ein Schaden folgt). Das Problem der Verantwortlichkeit ist kompliziert, und die Spekulationen unseres Landsmanns Venezian sowohl als die der deutschen Philosophen (Sigwart, Kries usw.) beleuchten es von verschiedenen Seiten. Wir haben nicht die Absicht, noch näher auf solche Fragen einzugehen; es genügt uns, darauf hingewiesen zu haben, daß es sich darum handelt, im Hinblick auf ein *soziales Interesse* eine Auswahl unter den Ursachen zu treffen.

Zu den vorstehenden Bemerkungen kommen noch andere hinzu, die zeigen, wie schwer es ist, den Begriff der Ursache genau zu definieren.

Um zunächst von dem psychologischen Charakter der Vorstellung, den zu untersuchen wir später Gelegenheit haben werden, abzusehen, zeigen einige Beispiele, daß die ursächliche Beziehung, so wie sie gewöhnlich verstanden wird, noch etwas mehr als die konstante Aufeinanderfolge enthält. In der Tat wird die Aufeinanderfolge von Tag und Nacht nicht als kausale Verknüpfung aufgefaßt, denn man weiß auf Grund astronomischer Kenntnisse von der (auf einem anderen Planeten verwirklichten) Möglichkeit eines Tages, der ewig währt, ohne von einer Nacht gefolgt zu sein.

Das eben erwähnte Beispiel wird zuweilen folgendermaßen gedeutet: man nimmt an, daß die Ursachenbeziehung in einer unveränderlichen und *nicht umkehr-*

baren Aufeinanderfolge bestehe[1]); wo diese fehlt, liegt ein Fall von uneigentlicher Verursachung vor. Aber das sehr einfache Kennzeichen scheint uns für die beabsichtigte Unterscheidung nicht geeignet, denn z. B. zwischen Ei und Henne kann man trotz ihres alternierenden Aufeinanderfolgens eine kausale Abhängigkeit in beiderlei Richtung behaupten.

Es scheint vielmehr so zu liegen, daß die auf der Erde unveränderliche Aufeinanderfolge von Tag und Nacht nicht *konstant* ist in bezug auf die Veränderung der Bedingungen, die bei einer solchen Erscheinung in Betracht kommen.

Man kann schließlich das *Postulat der Ursache* ungefähr folgendermaßen definieren:

Für jede Klasse von Erscheinungen, die, in geeigneter Weise abgegrenzt, abstrakt genommen als *gleich* betrachtet werden können, wird als möglich angenommen, verschiedene Gruppen von reproduzierbaren zeitlich früheren Erscheinungen (Ursachen) festzustellen, auf die besagte Erscheinungen *unveränderlich* folgen, wenn

1. die Reproduktion der Ursachen beobachtet wird;
2. oder diese willkürlich verwirklicht werden;

und die *Genauigkeit*, mit der dies geschieht, hängt von den *Grenzen* ab, innerhalb deren sich die Beobachtungen bewegen oder die Herstellung der Ursachen als willkürlich angenommen wird; diese Genauigkeit kann relativ zu den erwähnten Grenzen immer größer gemacht werden, je mehr Ursachen berücksichtigt werden, indem man die bekannten Antezedentien der gegebenen Erscheinungen in Rechnung zieht.

---

1) So erklärt Fiorentino das Attribut „unbedingt", das Stuart Mill dem kausalen Antezedens erteilt.

§ 24. Zusammenfassung.

In den vorstehenden Betrachtungen haben wir die *relative* und *unstrenge* Bedeutung der realen Invarianten beleuchtet. Die logische Darstellung der Wirklichkeit ist daher in demselben Sinne zu verstehen: der angenäherten physikalischen Unveränderlichkeit der Koexistenzen und Aufeinanderfolgen ordnet man die (strenge) logische Invarianz der Gegenstände des Denkens und ihrer Vereinigung oder ihrer Anordnung als Begriffselemente zu.

So erscheint die begriffliche Darstellung in bezug auf die Wirklichkeit als eine *Abstraktion*, durch welche ein Komplex von Gegenständen *in Gedanken von allen die Sachlage komplizierenden Bedingungen* oder Faktoren der Veränderung *isoliert* wird. Und diese Abstraktion stellt einen *Akt willkürlicher Annahme* dar, in dem wir die Voraussetzung der Erkenntnis wissenschaftlicher Tatsachen, die sich durch die *Verifikation* vollzieht, erkannt haben.

Es ist Sache unserer Willkür, die Begriffe zu bilden, mit denen wir eine Gruppe von Tatsachen erfassen, indem wir von jenen komplizierenden Bedingungen absehen, die in den ersten Beobachtungen als unerheblich erscheinen, und auf dieser Grundlage deduktiv zu verfahren; aber die so abgeleiteten Beziehungen haben nur hypothetische Gültigkeit, sie werden sich nur in den Grenzen als wahr erweisen, in denen die vernachlässigten Elemente keine merkliche Veränderung bedingen.

Die Hypothese, daß die Unveränderlichkeit der substanziellen und kausalen Beziehungen den betrachteten Tatsachen auch dann zukommen würde, wenn sie von den Begleitumständen nicht isoliert wären, bedeutet nur, daß die der begrifflichen Erfassung anhaftenden Fehler sich korrigieren, daß die Grenzen der Erfassung

sich durch die Wahrheit der abgeleiteten Folgen erweitern, je mehr Wirklichkeitselemente in die Begriffe aufgenommen werden. Die *Allgemeinheit* der Vorstellungen von Ursache und Substanz hat keinen anderen als den hier angegebenen Sinn.

§ 25. Der reale Wert der logischen Grundsätze.

Die vorangehenden Betrachtungen führen uns auf das Problem der realen Bedeutung der logischen Grundsätze.

Es handelt sich hier um eine alte Frage, die schon in der griechischen Philosophie Gegenstand eines Streites zwischen den Eleaten und den Anhängern Heraklits bildete, eines Streites, der in unserer Zeit zwischen Hegel und Herbart erneuert wurde.

Wenn wir die Prinzipien der Identität und des Widerspruchs auf alle physischen Gegenstände beziehen, so behaupten wir ihre Immanenz, wenigstens unter dem Gesichtspunkt, unter dem sie aufgefaßt werden. Über irgendeine Sache nachdenken, heißt voraussetzen, daß sie unverändert bleibt.

Dies ist der Gedanke der eleatischen Schule. Dieselbe wird natürlich dazu geführt, die Immanenz der Welt zu behaupten, in Übereinstimmung mit der Permanenz der Begriffe in unserem Geiste, und durch den Mund des Parmenides und des Zeno leugnet sie durch kunstvolle Trugschlüsse die Veränderung und die Bewegung.

Dennoch widersprachen die Tatsachen der subtilen Dialektik, in der sich der feine Griechengeist gefiel. Es bedurfte nicht einmal einer sehr ausgebildeten experimentellen Wissenschaft, um solche Schlüsse zu widerlegen. Die Schule Heraklits bekämpfte daher die Unveränderlichkeit des Weltalls, indem sie die Veränderung proklamierte: *πάντα ῥεῖ*.

Der Knoten der Frage scheint nun in folgendem zu liegen: die formalen Forderungen der logischen Darstellung drücken nur etwas Psychologisches aus, das a priori nicht auf die dargestellte Erscheinungswelt anwendbar ist. Daher können die logischen Grundsätze keine Tatsache bezeugen, die der Veränderung widerspräche, vielmehr können sie in keiner Weise als Ausdruck einer Tatsache gedeutet werden, sondern sie drücken *die Bedingungen* aus, *unter denen ein Gegenstand oder eine Beziehung der Erscheinungswelt logisch als Element eines Begriffes dargestellt werden kann, den das Denken in seinen Ableitungen festhalten will.*

Es gibt in der Wirklichkeit Gegenstände (Koexistenzen und Sukzessionen von Erscheinungen), die sich schnell verändern und andere, die das so langsam tun, daß man sie wenigstens provisorisch als unveränderlich betrachten kann; und während die ersten nicht als Individuen des logischen Gedankens benutzt werden können, eignen sich die anderen um so besser zu dieser Darstellung, je langsamer ihre Veränderung vor sich geht.

Der „sor Panèra", der die Klinge schlecht zu führen versteht, haut tapfer auf seinen Gegner ein, der aber verteidigt sich mit einfachen Paraden. „Wenn er nicht still steht", ruft der Ärmste in seinem lombardischen Dialekt aus, „hat es keinen Zweck".

Eine solche Klage nötigt uns ein Lächeln ab, weil wir es als besondere Aufgabe des Fechters ansehen, den Augenblick zu ergreifen, wo das Ziel still steht und den raschen Hieben preisgegeben ist.

In ähnlicher Lage befindet sich der Gedanke, der unter den veränderlichen Elementen der Wirklichkeit das unveränderliche Subjekt der Überlegung ergreifen will. Und es ist seine Sache, dieses zu suchen, will er nicht mit seinen einfältigen Behauptungen wie der sor Panèra dastehen.

§ 26. Der Wert der Axiome: objektive Gültigkeit der Logik.

Nehmen wir an, in einem Tatsachengebiet seien die quasi unveränderlichen Elemente herausgehoben, so daß die durch die logischen Grundsätze ausgedrückten Bedingungen erfüllt sind. Damit die Darstellung eine adäquate werde, müssen die Axiome, die die Gesetze der logischen Verbindung ausdrücken, in der Wirklichkeit ihre Bestätigung finden.

Aber dies tritt in der Tat ein, wenigstens innerhalb der Grenzen, in denen die Voraussetzungen erfüllt sind; die Axiome werden durch die wirklichen Eigenschaften der Mengen von Dingen bestätigt; z. B. entsprechen den formalen Eigenschaften der arithmetischen Operationen konkrete Voraussagen auf diesem Gebiete.

Wir werden so zu der Erkenntnis geführt, daß die Anwendung der Logik das Stattfinden einer allgemeinen Tatsache voraussetzt.

Unter der durch die logischen Grundsätze ausgedrückten Bedingung der Invarianz genügen die Gesamtheiten von Dingen den durch die Axiome ausgedrückten Eigenschaften.

Man kann in diesem Sinne von einer *objektiven Gültigkeit der Logik* sprechen, die eine unveränderliche und bedingte Beziehung zwischen den Gesetzen des Denkens und der Welt der Erscheinungen voraussetzt. Und diese Beziehung ist wahrhaft bedeutsam. Wenn es erlaubt ist, ein denkendes Wesen zu erdichten, in dem sich die Assoziationen der merklich festen Objekte nach Gesetzen vollziehen, die von den durch unsere Axiome ausgedrückten verschieden sind, so muß man annehmen, daß dieses Wesen keinen Zusammenhang zwischen dem logischen Prozeß in seinem Geiste und der Wirklichkeit feststellen kann.

Die *wenig logisch* veranlagten Menschen ähneln einem solchen Typus insofern, als es ihnen nicht gelingt, bei der Assoziation der Bilder der Sinnesgegenstände die verändernde Wirkung der Ideen oder Gefühle auszuschalten, die durch die Vorstellung des zusammengesetzten Objekts hervorgerufen werden.

Aber bis zu welchem Grade und in welcher Weise kann man die durch die objektive Gültigkeit der Logik ausgedrückte Tatsache als verifiziert ansehen?

Die direktere und populärere Bestätigung der Eigenschaften der Mengen wird überwunden durch eine Voraussetzung, die die Wissenschaft annimmt und durch ihren Fortschritt indirekt befestigt:

Wenn in einer Klasse von merklich beständigen Gegenständen die durch die Axiome ausgedrückten Eigenschaften nicht realisiert sind, so werden vollkommnere Beobachtungsmittel die Veränderlichkeit dieser Gegenstände zeigen.

Diese unbestimmte Formel erhält in den einzelnen Fällen eine bestimmte Bedeutung, wenn es gelingt, die untere Grenze der angenommenen Veränderung quantitativ zu bestimmen. Und in diesem Sinne untersteht das Prinzip der Kontrolle der Erfahrung, die, soweit das möglich war, es niemals zu bestätigen verfehlt hat.

Aber für die wissenschaftliche Konstruktion, in der die Erfahrung logisch bearbeitet wird, bildet das unbegrenzte Vertrauen, das wir in jenes Prinzip setzen, eine Bedingung des Fortschritts. Dieser erfordert so ein Postulat, das das Postulat der Erkenntnis vervollständigt und präzisiert, und das wir so lange für wahr halten dürfen, als sich für jenen Fortschritt keine notwendige Schranke zeigt, von der etwas zu bemerken wir weit entfernt sind, ja deren Möglichkeit wir nicht einmal zu denken vermögen.

§ 27. Grenzen der Anwendung der Logik.

Wir wollen noch bei dem Umstand verweilen, daß die Eigenschaften der Mengen von Dingen eine gewisse Unveränderlichkeit derselben erfordern, denn diese Bemerkung deutet die Grenze der Anwendung der Logik an.

Kehren wir zu dem Beispiel der konkreten Arithmetik zurück, die wir als einen Zweig der angewandten Logik betrachten. Man behauptet, sie sei eine bloße Vermutung, aber die Kassierer sind anderer Ansicht. Sie zählen ihre Münzen, ordnen sie in Gruppen, ziehen die Summen und kontrollieren die Rechnungen auf mehrere verschiedene Weisen; unter den willkürlich hergestellten Bedingungen treten immer dieselben vorausgesehenen Wahrnehmungen auf, so daß es eigentliche arithmetische Tatsachen sind, deren Bestehen sie konstatieren. Wenn man von einem Haufen 12 Münzen genommen hat, so lassen sich diese gleichermaßen auf zwei Gruppen von 7 und 5 oder von 6 und 6 verteilen; dies ist die reale Bedeutung der Formel $7 + 5 = 6 + 6$.

Immerhin setzen diese arithmetischen Tatsachen, die unter die allgemeinen Eigenschaften der Mengen fallen, Bedingungen voraus, die gewöhnlich stillschweigend vorausgesetzt werden, die aber keineswegs notwendig erfüllt sind.

Wenn ein braver Kassierer, der für Hygiene und Sauberkeit schwärmt, die Gewohnheit hätte, während seiner Rechnungen die Münzen in Wasser zu tauchen, würde die Erfahrung noch immer die arithmetischen Voraussagen bestätigen; aber wehe ihm, wenn ein Amtskollege sich einen Scherz mit ihm erlaubte und an Stelle des Wassers eine Säure täte, die das Metall angreift. In diesem Falle würden die Rechnungen nicht mehr stimmen, weil einige Münzen sich in der Flüssigkeit

auflösen und verschwinden würden, während der arme Mann auf seine logischen Deduktionen achtgibt.

Aber die Erkenntnis, daß die allgemeinen Eigenschaften der Mengen zu ihrer Gültigkeit eine gewisse Unveränderlichkeit der zusammengefaßten Dinge voraussetzen, führt uns zu bedeutsameren Überlegungen, insofern in ihr sich die Grenzen der Anwendbarkeit der Logik auf die Wirklichkeit offenbaren.

Wir sehen nunmehr die Schwierigkeiten, die einer Darstellung der verschiedenen Tatsachengruppen durch deduktive Theorien entgegenstehen; oder mit anderen Worten, wir erkennen, bis zu welchem Punkte das deduktive logische Verfahren in den verschiedenen Wissenschaften anwendbar ist.

Indem sie durch Veränderung der Erscheinungen ihre unveränderlichen Gruppierungen sucht, geht unsere Untersuchung darauf aus, die Dinge festzustellen, die sich zu Gegenständen des Denkens eignen, oder die durch Beziehungen zwischen solchen in ein Begriffsystem gebracht werden können. Da aber die Unveränderlichkeit der wirklichen Dinge nur eine relative ist, so kann man die Eigenschaften der aus ihnen zusammengesetzten Mengen logisch nur *bis zu einem gewissen Punkte* voraussehen, nämlich nur bei der ersten Verbindung; sobald das deduktive Verfahren darüber hinaus fortgesetzt wird, häufen sich die Veränderungen, und die Voraussicht wird Lügen gestraft.

Die kleine Veränderung, die ein Uhrpendel durch die Temperatur in seiner Länge erfährt, kann allerdings vernachlässigt werden, solange es sich darum handelt, eine gewisse Zahl von Sekunden zu zählen, aber innerhalb einer längeren Zeit bringt sie Unterschiede zwischen einer Uhr und der anderen hervor, so daß die Summe einer gleichen Anzahl von unter sich gleichenden Summanden in verschiedenen Fällen sich als verschieden ergibt!

Jede Wissenschaft stellt, wenn sie ihre Deduktionen bestätigt, a posteriori, wie wir die Verifikation der stillschweigend gemachten Annahmen nennen wollen, die Grenzen fest, innerhalb deren ihre Gegenstände einer logischen Darstellung fähig sind.

Diese Grenzen können enger oder weiter sein, je nach der Beständigkeit der als Gegenstände der Darstellung genommenen Beziehungen zwischen Erscheinungen.

Wovon hängt die Möglichkeit einer noch weiter getriebenen Anwendung der deduktiven Methode ab?

Von dem Umstande, daß die gegebenen Erscheinungen sehr verschiedene Grade von Veränderlichkeit aufweisen, so daß man durch Abstraktion zu beständigeren Beziehungen aufsteigen kann, die relativ unveränderlich sind: von dem Grade der Unveränderlichkeit von diesen, in bezug auf die beabsichtigten Voraussichten.

Diese Umstände sind in der günstigsten Weise bei den physikalischen Erscheinungen realisiert und besonders bei denen, auf die sich die vorgeschrittensten Theorien beziehen. Auf diesem Gebiete hat das Verfahren der Differentiation von Funktionen der oben erwähnten Forderung genügt, aus veränderlichen Elementen etwas Beständigeres zu isolieren; so z. B. beim Übergang von der Keplerschen zur Newtonschen Theorie (Kap. II). Daher streben die physikalischen Theorien danach, den beständigsten Teil der Erscheinungsbeziehungen durch Differentialgleichungen auszudrücken.

In der Chemie zeigt sich das Suchen nach Invarianten, die zu Gegenständen der logischen Behandlung taugen, in dem Bestreben aus den Rückständen die unzerlegten Elemente auszusondern, und dann in der Aussonderung gewisser Verbindungen oder Kerne, die gewissen Reaktionen gegenüber beständig sind. Das atomistische

Zeichensystem mit den Strukturformeln zeigt gerade die gegenseitige Überordnung der Invarianten.

In der Physiologie dagegen begrenzt die schnellere Veränderlichkeit der Daten, oder, wenn man will, die größere Kompliziertheit der Ursachen, die Rolle der deduktiven Methode. Während die Astronomie für die kurze Zeit, die die menschliche Geschichte berücksichtigen muß, das Planetensystem als von dem übrigen Universum isoliert betrachten kann, kann die Physiologie nicht von der Einwirkung des ganzen Organismus auf jedes einzelne Organ absehen, wenn sie ihre Berechnungen für mehr als wenige Augenblicke im voraus anstellen will.

Im Leben der Tiere zählen Minuten wie Jahrmillionen im Leben der Welten!

Dazu kommt, daß die größere oder geringere Veränderlichkeit der Daten, die den Gegenstand einer Wissenschaft bilden, nicht nur in bezug auf die Zeit zu verstehen ist, sondern auch in bezug auf die Verbindungen von Dingen, die als gleichzeitig betrachtet werden. In der Physik summieren sich viele Eigenschaften fast streng bei der Vereinigung der Körper (z. B. die Massen); in der Physiologie und in den sozialen Wissenschaften verändert die Vereinigung in immer höherem Grade die einzelnen Dinge, die Gegenstände unserer Beobachtung sind.

Wohlverstanden hat das alles nur relative Geltung; die Möglichkeit, das Gebiet der Deduktionen zu erweitern, besteht für jede Wissenschaft, sie hängt nur ab von der Auswahl weniger veränderlicher Daten, d. h. von der Bestätigung der stillschweigend gemachten Hypothesen, die diese Unveränderlichkeit behaupten.

§ 28. Das Problem der Bestätigung.

Wir wollen nunmehr das zweite Grundproblem der angewandten Logik diskutieren, nämlich dasjenige, das sich auf die Bestätigung der Theorien bezieht.

Und vor allem wollen wir im Auge behalten, was darüber gesagt wurde, wie sich die Darstellung der Wirklichkeit mit Hilfe eines Systems von Begriffen in zwei Arten von Hypothesen ausdrückt:

1. die *impliziten Hypothesen*, vermöge deren gewisse Erscheinungskomplexe als *gleich* betrachtet werden (die Invarianten), die dann abstrakt als Begriffselemente benutzt werden;
2. die *expliziten Hypothesen (Postulate der Theorie)*, die durch die die Begriffe selbst definierenden Beziehungen reale Beziehungen zwischen den genannten Invarianten ausdrücken.

Es ist klar, daß die Formulierung einer Theorie nur die letzteren in die Erscheinung treten läßt, während die ersten wie etwas Erledigtes im voraus als anerkannt gelten.

So sehen wir z. B. in den physikalischen Theorien einige Größen (die Temperatur, der Druck usw.) durch gewisse Gleichungen verbunden; die Gleichungen drücken die expliziten Hypothesen aus, aber die Annahme, daß die erwähnten Größen in bezug auf einen bestimmten Zustand der Körper usw. definiert sind, bildet eine Gesamtheit von impliziten Hypothesen; die ganze Ausdehnung derselben kann man übersehen, wenn man an die Mannigfaltigkeit der experimentellen Verfahrungsarten denkt, durch die sie bestimmt werden können.

§ 29. Die Bestätigung der expliziten Hypothesen.

Das Problem der Bestätigung führt nun dazu, die Kriterien der Gewißheit, der näheren Bestimmung oder der Verbesserung für die expliziten und für die impliziten Hypothesen getrennt zu würdigen.

Bei der Bestätigung von jenen liefern uns diese im voraus Erkenntnisse, welche das Feld der *Experimente* einschränken und deren *Deutung* ermöglichen.

Wir stehen also vor einer Erscheinungswelt, deren einzelne Gegenstände wir uns schon zu gewissen Klassen (Reihen usw.) vereinigt und gewissen Begriffen untergeordnet denken.

Nachdem die zu bestätigenden Hypothesen vorher durch Deduktion umgeformt worden sind, haben wir der experimentellen Prüfung gewisse allgemeine Sätze (Theoreme) der Theorie zu unterwerfen, die folgendes betreffen können:

1. Eigenschaften von Klassen, d. h. Eigenschaften, in bezug auf welche die Gegenstände des Experimentes im voraus als gleich angesehen werden; oder
2. Eigenschaften, von denen angenommen wird, daß sie als *Funktionen* des Objekts innerhalb der Klasse variieren.

1. Es ist klar, wie im ersten Falle, wo die impliziten Hypothesen die Möglichkeit der Verallgemeinerung gewährleisten, das einzelne Experiment anzustellen ist. So z. B. wenn es sich darum handelt, die anatomischen Eigenschaften einer Art von Tieren festzustellen, wobei angenommen wird, daß diese sich in jenen gleichen.

Immerhin ist der verifikatorische Wert der Experimente verschieden, je nachdem ob es sich um *(quantitative)* Eigenschaften handelt, die in unmerklichen Graden *stetig* variieren können, oder um solche *(qualitativen)*, die wir nur als Elemente einer *diskreten* Klasse von möglichen Gegenständen denken; die ersteren werden nur *angenähert*, die letzteren *genau* bestimmt.

Im obigen Beispiel (anatomische Eigenschaften einer Art) handelt es sich um qualitative Eigenschaften, und die Antwort der Erfahrung ist daher exakt. Ein ähnliches Beispiel bietet die Bestimmung des Typus, dem die Kristalle eines Minerals angehören, usw.

Dagegen bietet die Bestimmung des Schmelzpunktes des Eisens oder des Kupfers usw. ein Beispiel einer

quantitativen Klasseneigenschaft dar, die die Erfahrung nur angenähert liefern kann. Die approximative Erkenntnis verwandelt sich in eine genaue, wenn man von einem begrenzten Intervall spricht, in den der Wert der experimentell zu bestimmenden Größe eingeschlossen ist.

2. Die Bestätigung der Annahme, daß eine gewisse Eigenschaft (als Funktion) von den Elementen einer Klasse abhängt, kann gewöhnlich auf eine Fragestellung von speziellerem Typus zurückgeführt werden: „zu erkennen, ob eine gewisse Größe, die von den Elementen einer Klasse abhängt, innerhalb dieser Klasse konstant ist, d. h. als Klasseneigenschaft angesehen werden kann."

Wir wollen diese Zurückführung an einem Beispiel erklären.

Wenn eine Kraft f, die auf einen beweglichen Punkt wirkt, dem Quadrate seiner Entfernung r von einem festen Zentrum in seinen verschiedenen Lagen umgekehrt proportional ist, so hat das Produkt fr^2 in diesen Lagen konstanten Wert; die Verifikation dieser Konstanz $fr^2 = k$ ist gleichbedeutend mit der Verifikation der Abhängigkeit

$$f = \frac{k}{r^2}.$$

Nun führt das Problem, experimentell zu erkennen, ob eine Größe für alle Objekte einer Klasse konstant ist, zu verschiedenen Überlegungen, je nachdem es sich um *diskrete* oder um *stetige Klassen* handelt. Dabei kann die in Frage stehende Eigenschaft selbst sowohl unstetig als auch stetig variieren (*qualitative* oder *quantitative* Eigenschaften), und in dieser Beziehung sind die vorstehenden Überlegungen über die Genauigkeit oder Ungenauigkeit der einzelnen Experimente zu wiederholen. Aber die wesentliche Schwierigkeit, die wir hier unter-

suchen müssen, betrifft die *Verallgemeinerung des Experiments* und hängt mit der ersten Unterscheidung zwischen Experimenten im Stetigen und im Unstetigen zusammen.

§ 30. Experimente im Unstetigen.

Von den diskreten Klassen stehen an erster Stelle die, welche aus einer endlichen Anzahl von Elementen bestehen; wenn die Zahl nicht zu groß ist und es sich um erreichbare Gegenstände handelt, so kann in diesem Falle eine *vollständige Bestätigung* der Hypothesen stattfinden, indem so viele Experimente angestellt werden, als Objekte vorhanden sind. Es ist dies der einfachste Fall, der aber praktisch von geringem Interesse ist.

Nehmen wir jedoch eine Klasse, die aus sehr (oder auch unendlich) vielen Gegenständen besteht; nur eine gewisse Zahl von Experimenten ist wirklich ausführbar. Diese können zweierlei Ergebnis haben:

1. Daß eine gewisse Eigenschaft, von der gefragt ist, ob sie eine Klasseneigenschaft ist, nicht sämtlichen Versuchsobjekten zukommt; die Antwort der *Erfahrung* ist in diesem Falle eine *gewisse* und *negative*.
2. Daß die Eigenschaft, um die es sich handelt, allen Versuchsobjekten zukommt. Mit welchem Grunde kann man dann behaupten, daß sie allen überhaupt zukommt? D. h. wann ist es erlaubt, diese Experimente im Sinne einer *positiven* Bestätigung der Hypothese zu deuten?

Dieses fundamentale Problem wollen wir untersuchen.

Versetzen wir uns vor eine Lotterieurne, in der viele verschlossene Blättchen liegen; die Blätter, die eine Nummer tragen, entsprechen einem Gewinn; es ist übrigens nicht ausgeschlossen, daß es sich um eine Lotterie mit sicherem Gewinn handelt.

Es werden nun aus der Urne zwanzig oder dreißig Blättchen gezogen; alle tragen eine Nummer. Man schließt dann als *wahrscheinlich*, daß der Gewinn sicher ist. Wenn dagegen ebensoviele Nieten gezogen worden wären, so würde man annehmen, daß nur wenig Gewinne vorhanden wären. Weshalb diese verschiedene Deutung?

Weil wir Grund haben (auf Grund von Beobachtungen an anderen ähnlichen Lotterien) anzunehmen, daß, wenn Nieten und Gewinne gemischt wären, die Zahl der ersteren im Verhältnis zu der der letzteren groß sein könnte, aber nicht umgekehrt; und weil schließlich der Fall des Betruges, in dem die Gewinne gänzlich mangeln, im Vergleich zu dem, wo sicherer Gewinn beabsichtigt ist, als äußerst unwahrscheinlich angesehen werden muß.

Es ergibt sich also, daß die Deutung des Experimentes und seine Verallgemeinerung von einigen vorausgesetzten Kenntnissen abhängt; erst nachdem diese in Gestalt eines Koeffizienten präzisiert worden sind, wird es möglich, *die Wahrscheinlichkeit* des Resultats *zu messen*, d. h. eine Zahl zu bestimmen, die das Verhältnis angibt zwischen der Anzahl der Fälle, in der sich die durch Verallgemeinerung gebildete Annahme, bei Berücksichtigung von sehr vielen Fällen, als richtig und der Anzahl derjenigen Fälle, in denen sie sich als falsch erweisen wird.

Mangels irgendeines Anhaltspunktes könnte man die verschiedenen Fälle für *gleich wahrscheinlich* halten; diese Annahme würde dann ein erstes rohes Kriterium für die Deutung des Experimentes ergeben, die dann mit fortschreitender Kenntnis verbessert werden müßte. Es ist nötig, darauf hinzuweisen, daß man gezwungen ist, dieses Kriterium anzuwenden, der Wert der sich daraus ergebenden Verallgemeinerung ist ein sehr geringer, sobald es sich um Klassen handelt, deren Anzahl im Verhältnis zu der der angestellten Versuche groß ist.

Was soll man von dem Falle sagen, wo die Klasse unendlich viele Elemente hat?

§ 31. Experimente im Stetigen.

Die vorstehenden Bemerkungen machen es verständlich, daß der Bestätigungswert der Experimente in noch höherem Grade von den repräsentativen Begriffen abhängt, wenn es sich um Experimente im Stetigen handelt. Hier lernen wir übrigens ein allgemeines Interpretationskriterium kennen, das in bezug auf die erwähnten Begriffe näher bestimmt werden muß, nämlich eine *Stetigkeitsvoraussetzung*, die die Grundlage der *experimentellen Methode* bildet.

Wenn es sich um qualitative Versuche handelt, wo die Eigenschaft, die von den Elementen einer stetigen Klasse abhängt, nicht selbst stetig variieren kann, nimmt man diese a priori als konstant an, wenigstens für einen Teil der Klasse, der in gewisse Grenzen eingeschlossen ist, die ihn von einer benachbarten Klasse trennen (z. B. bei einem Körper, der zwischen der Siede- und der Schmelztemperatur flüssig ist).

Untersuchen wir dagegen den Fall von quantitativen Versuchen. Es handle sich z. B. darum, eine Gleichung von der Form $a = b$ für die Elemente einer stetigen Klasse zu verifizieren, d. h. (bei dem approximativen Charakter eines solchen Experimentes) es soll untersucht werden, ob für sie eine Ungleichung besteht

$$a - b < \varepsilon,$$

wo ε den *Beobachtungsfehler* bedeutet.

Die Verifikation geschieht durch *Interpolation*, d. h. (wenn wir uns auf eine eindimensionale Klasse beziehen) man stellt den Versuch mit einigen Gegenständen an und überträgt das Resultat auf die anderen, die *zwischen* diesen liegen. Auf Grund der Annahme, daß die Be-

ziehung zwischen a und b in stetiger Weise von den Elementen der Klasse abhängt, schließt man, daß sie *konstant* $a = b$ ist, wenn dieses Resultat sich bei denjenigen Elementen ergibt, die untersucht worden waren.

Das Prinzip, das imstande ist, ein Maß für das Interpretationskriterium zu liefern (in wievielen Fällen die Verallgemeinerung zu richtigen Annahmen führt), ist wieder das Prinzip der *Wahrscheinlichkeit*, wenn man das sogenannte *Gesetz der großen Zahlen* akzeptiert.

Aber die *mathematische Wahrscheinlichkeit*, die (nach diesem Gesetz) der Zahl der einer gegebenen Hypothese günstigen oder ungünstigen Fälle proportional ist, *ist nicht definiert*, wenn nicht vorher die Mannigfaltigkeit der möglichen Fälle gewissen Begriffen untergeordnet ist.

Wir wollen an einem einfachen Beispiel erläutern, wie das Wahrscheinlichkeitskriterium die Beweiskraft eines Experiments abzuschätzen erlaubt.

Zu diesem Zwecke wollen wir uns vornehmen, die Wärmemenge zu messen, die von einer mechanischen Arbeit von a Meterkilogramm entwickelt werden kann. Wir wollen *annehmen*, daß diese Menge nur von der Veränderlichen a abhängt und eine stetige Funktion $f(a)$ von ihr ist.

Wenn ein erster Versuch

$$f(a) = a : 427$$

liefert, so kann ein Experimentator, der noch nichts über die Frage weiß, nichts daraus schließen.

Nehmen wir aber an, daß ein zweiter Versuch zu derselben Zahl führt, oder daß das Ergebnis des ersten im voraus angekündigt war.

Jeder wird in diesem Falle dem Versuch den Wert beimessen, daß er beweist, daß wenigstens innerhalb gewisser Grenzen *das Verhältnis* $f(a) : a$ *den konstanten Wert* 427 *hat*. Worauf beruht dieses Zutrauen? Wenn

die Behauptung geleugnet wird, so wird sich die Funktion etwa durch folgendes Diagramm darstellen lassen:

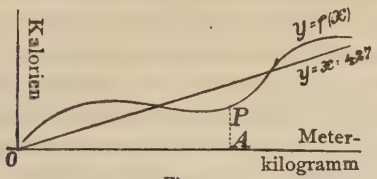

Fig. 3.

Betrachtet man nun auf der x-Achse einen ganz beliebigen Punkt $A\,(OA = a)$, welche Wahrscheinlichkeit ist vorhanden, daß die Ordinate $AP = f(a)$ den bezeichneten Wert $a : 427$ hat?

Offenbar ist diese Wahrscheinlichkeit *unendlich klein* oder praktisch Null. Betrachtet man demnach den Versuch als genau, so ist eine *Wahrscheinlichkeit, die praktisch der Gewißheit gleichkommt*, dafür vorhanden, daß die stetige Kurve $y = f(x)$ mit der Geraden zusammenfällt, deren Neigungskoeffizient $1 : 427$ ist, oder daß sie mit ihr eine endliche Strecke gemein hat.

Aber wir müssen berücksichtigen, daß der experimentell erhaltene Wert 427 nur ein angenäherter ist; wir müssen deshalb den Versuch als mit einem gewissen Fehler $< \varepsilon$ behaftet betrachten. Dann muß die vorstehende Rechnung folgendermaßen modifiziert werden: wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein auf der Kurve $y = f(x)$ beliebig angenommener Punkt von der Geraden $y = x : 427$ um weniger als ε absteht?

Es scheint auf den ersten Blick, als ob man hier ohne weiteres einen ähnlichen Schluß ziehen könnte, wie vorhin, daß man nämlich, wenn man nicht mehr eine Wahrscheinlichkeit $= 1$, sondern schon eine sehr große als hinreichenden Beweis erachtet, als erwiesen durch den Versuch betrachten könnte, daß die Kurve $y = f(x)$ oder

ein endliches Stück von ihr mit der Geraden $y = x : 427$ annähernd zusammenfällt.

Ein Mathematiker aber, der im Gebiete der merkwürdigen Funktionen genau Bescheid weiß, wird anderer Meinung sein; ihm wird es ein leichtes sein, eine stetige Kurve $y = f(x)$ zu konstruieren, die in jedem noch so kleinen Intervall sich der erwähnten Geraden beliebig nähert und sich beliebig weit von ihr entfernt.

Aber das beweist nur, daß die Wahrscheinlichkeit sich nicht mathematisch bestimmen läßt, wenn man die stetige Funktion f ganz beliebig läßt. Man muß also das Problem dadurch näher bestimmen, daß man auf Grund der begrifflichen Darstellung der Erscheinung diese Willkür einschränkt.

In unserem Falle z. B. ist anzunehmen, daß die Funktion $f(x)$ *monoton wächst*, und das schließt schon gewisse Oszillationen der Kurve aus.

Wir wollen hier die Analyse nicht bis zur konkreten Bestimmung dieser Wahrscheinlichkeit fortsetzen. Es genügt, darauf hinzuweisen, daß das bezeichnete Kriterium wenigstens in den einfacheren Fällen gestattet, *den wahrscheinlichen Wert der experimentellen Verifikation unter Voraussetzung einer hinreichend bestimmten begrifflichen Darstellung anzugeben.*

Natürlich wächst die Beweiskraft der *Interpolationen* rasch mit der Anzahl der einander sich nähernden experimentellen Bestätigungen; während die *Extrapolation*, je weiter sie sich von dem Bereich der Experimente entfernt, um so mehr ihre Beweiskraft verliert und zu einem heuristischen Mittel zur Auffindung neuer Hypothesen herabsinkt.

§ 32. Schlüsse über die Deutung der Experimente.

Wir wollen die Ergebnisse der vorangegangenen Kritik in folgenden Schlüssen zusammenfassen:

1. Der Wert der experimentellen Bestätigung, d. h. die Deutung der Experimente hängt von der begrifflichen Darstellung und besonders von den implizite darin enthaltenen Hypothesen ab.
2. Wenn es sich um Eigenschaften handelt, die im voraus als Klasseneigenschaften betrachtet werden, so liefert das Experiment *Gewißheit*: und zwar ist das Ergebnis *genau oder angenähert*, je nachdem der Versuch ein *qualitativer* oder ein *quantitativer* war.
3. Die qualitativen Experimente im Stetigen betreffen immer (in gewissen Grenzen) Klasseneigenschaften, wenn *Stetigkeit* allgemein vorausgesetzt wird.
4. Die Experimente im Diskreten und die quantitativen Experimente im Stetigen, bei denen es sich um die Frage handelt, ob eine Eigenschaft allen Elementen einer Klasse gemeinsam ist, haben *Gewißheitswert*, wenn sie die Hypothesen *widerlegen;* die Experimente mit *positivem* Ergebnis haben nur einen *Wahrscheinlichkeitswert*, der gemessen werden kann, wenn man das Gesetz der großen Zahlen annimmt, und von einer *begrifflichen Darstellung* ausgeht, die den verschiedenen Gebieten des Experimentes angemessen ist (implizite Hypothesen).

Demnach gründen sich die Kriterien der Verifikation der expliziten Hypothesen auf die impliziten und auf zwei Prinzipien: das Gesetz der großen Zahlen *(Wahrscheinlichkeit)* und das *Postulat der Stetigkeit.*

Wenn man nach der Begründung dieser Prinzipien fragt, so kann man sich nur auf die große Menge der angestellten Versuche berufen.

Man muß also die allgemeine Annahme machen, daß die Erfahrung einen wahrscheinlich über die einzelnen Fälle hinausgehenden Wert hat, und man muß demgemäß die Kriterien für die Bewertung dieser Wahrscheinlichkeit und das damit zusammenhängende Prinzip

der Stetigkeit als ungeheuer wahrscheinlich ansehen, kraft der sehr großen Zahl von Versuchen, die sie direkt oder indirekt bestätigen; der Fortschritt der Wissenschaft, dem diese Prinzipien dienen, erhöht tagtäglich ihre Gewißheit und *Bestimmtheit.*

§ 33. Das Postulat der Stetigkeit und die psychologische Vorstellung der Ursachen: wie und warum.

Es ist nun wichtig zu bemerken, daß das Postulat der Stetigkeit der psychologischen Seite der Substanz- und Ursachenvorstellungen entspricht.

Wir wollen uns im besonderen auf die letztere beziehen und noch einmal die Verknüpfung zweier aufeinander folgender Vorgänge, die als Ursache und Wirkung angesehen werden, vom psychologischen Gesichtspunkt untersuchen.

Diese Frage, um die sich die metaphysischen Spekulationen so eifrig bemühen, scheint dagegen von den Positivisten vernachlässigt zu werden, und zwar z. T. wegen des transzendentalen Sinnes, den man ihr untergeschoben hat, indem man nach einer ersten oder absoluten oder unbedingten oder wirkenden Ursache suchte.

Ihre Bedeutung und ihr Interesse erhellt aus dem Fortschritt der Wissenschaft, wenn man bedenkt, daß:

1. in der Wissenschaft nicht alle kausalen Erklärungen für gleichwertig erachtet werden; einige sind nur eine Antwort auf die Frage, „*wie* die Erscheinung stattfinden kann", in anderen dagegen findet sich (wohlverstanden relativ) darüber hinaus auch ein „*warum*" der Erscheinung selbst.
2. Der verschiedene Wert dieser Erklärungen kann auch positiv beurteilt werden vom Gesichtspunkt des Erkenntniszweckes aus, indem nämlich in der Erkenntnis des „warum" die Möglichkeit weiter-

gehender Voraussagen eingeschlossen ist, vor allem in bezug auf die Variationen der Elemente, die die Ursache bilden.

Ein einfaches Beispiel ist folgendes:

Man schlägt mit einem Hammer auf eine Kupferplatte; das Kupfer erwärmt sich. Damit ist gesagt, *wie* das Kupfer erwärmt werden kann.

Aber *warum* erwärmt es sich? fragt man einen Physiker, der ein Anhänger der mechanischen Wärmetheorie ist.

Er antwortet: Die Wärme ist ein Schwingungszustand der Teilchen eines Körpers; die durch das Kupfer plötzlich aufgehaltene Bewegung des Hammers wird durch den Schlag auf die Teilchen des Kupfers übertragen und diese fangen daher an zu schwingen.

Eine solche Erklärung erhebt natürlich nicht den Anspruch ein letztes Warum der Dinge zu bezeichnen; sie führt die gestellte Frage auf eine andere zurück, die unbeantwortet bleibt: „Warum wird die Bewegung durch den Schlag übertragen?“ Aber gerade diese Zurückführung ist der Grund der intellektuellen Befriedigung, die damit verknüpft ist; und dieser entspricht eine genauere Kenntnis der Arten, wie ein Körper auf mechanischem Wege erwärmt werden kann.

Die Wissenschaft, die niemals auf ihre Fragen eine endgültige Antwort verlangt, begnügt sich vorläufig mit einem derartigen Warum unbeschadet der unbegrenzten Fortsetzung ihrer Reihe und findet dabei immer einen ähnlichen Vorteil.

Wir führen als weiteres Beispiel noch die Erklärung der Verschiedenheit der chemischen Prozesse bei der Bildung des Zinksulfats und der des Kupfersulfats an, der in letzter Linie auf die elementare elektrische Anziehung zwischen benachbarten Teilchen der Materie zurückgeführt wird, ohne daß dennoch darüber hinaus auch diese Wirkung selbst erklärt werden soll.

Will man nun tiefer in die Unterschiede zwischen den kausalen Erklärungen eindringen, so kann man folgendes bemerken:

Wenn man angibt, *wie* eine Tatsache zustande kommt, so spricht man damit einfach eine Beziehung zwischen zwei isolierten aufeinanderfolgenden Ereignissen aus. Wenn man aber das *Warum* angibt, so tritt dazu die Vorstellung einer *stetigen Reihe* von dazwischenliegenden (wirklichen oder fingierten) Erscheinungen.

Diese Erklärung führt also die gegebene ursächliche Beziehung zurück auf *eine Reihe von unmittelbaren oder Elementarursachen, die voneinander abhängen*, wobei die Elementarursache als etwas gedacht wird, das seiner Wirkung zeitlich *sehr nahe* ist.

Es ergibt sich hieraus, daß *die Frage nach dem Warum eine Vorstellung von den Ursachen einschließt, welche die Stetigkeit der kausalen Beziehung stillschweigend voraussetzt.*

Dieses Postulat der Stetigkeit bleibt von den Elementarursachen übrig, wenn man die fingierten Zwischenglieder zwischen den wirklichen aufeinanderfolgenden Vorgängen fallen läßt.

Wir haben bereits gesagt, daß dieses Postulat sich tatsächlich auf Grund einer umfassenden Erfahrung rechtfertigen läßt, und daß es seinerseits die wichtigsten Kriterien für die Deutung der Experimente liefert.

Hieraus geht hervor, welche Aufgabe der psychologischen Tendenz, sich die Elementarursachen vorzustellen, zufällt; indem sie gewissermaßen als Bedingung des wissenschaftlichen Fortschritts erscheint, zeigt sich, daß man mit ihr einen immer wachsenden Erfolg erzielt.

Bis zu welchem Punkte steht nun diese Tendenz mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung?

Auf unserer Erde finden Lichterscheinungen statt, die mit dem Lichte zusammenhängen, das von ent-

fernten Sternen ausgegangen ist; Ursache und Wirkung sind Erscheinungen, die durch Millionen von Millionen von Kilometern und durch Jahrhunderte voneinander getrennt sind.

Auf weniger große, aber immer noch ungeheure Entfernungen macht sich innerhalb des Planetensystems die Anziehung der Himmelskörper geltend, und zwar in einer Weise, die aus positiven Gründen für nicht momentan gehalten werden muß.

Nun zeugen die fortwährend neu hervortretenden begrifflichen Darstellungen von einer eifrigen hypothetischen Konstruktionsarbeit, die darauf ausgeht, diese Erscheinungen durch eine stetige Kausalreihe von fingierten Zwischengliedern miteinander zu verknüpfen.

Dem Licht gibt man, da es zu seiner Ausbreitung einer endlichen Zeit bedarf, eine materielle Unterlage, den Äther, der als ein Medium betrachtet wird, durch das hindurch die Erscheinung sich stetig ausbreitet. Bei der Gravitation ist man auf der Suche nach etwas Ähnlichem in der Überzeugung, daß eine genauere Untersuchung ergeben müsse, daß sie sich nicht momentan ausbreitet.

Eine solche Argumentation könnte einen billigen Anlaß zum Lachen geben; welch ein Mangel an Respekt vor der Erfahrung von seiten derjenigen, die keinen Tag vergehen lassen, ohne vor ihr eine Verbeugung zu machen!

Und dennoch beruht die Rechtfertigung dieser Tendenz auf der umfassenderen Vergleichung anderer Erfahrungen, welche die Folgerungen aus ähnlichen Annahmen immer mehr bestätigt haben, und ferner in der Einsicht, daß *die Vorstellung der elementaren Ursachen das Gebiet der möglichen Experimente erweitert und ihnen eine Beweiskraft verleiht, die häufig ohne die in ihnen enthaltenen Hypothesen geringer wäre.*

§ 34. Sicherung und Bestätigung der impliziten Hypothesen.

Die Schwierigkeiten, die der Bestätigung der expliziten Hypothesen anhaften, sind zum Teil auf die Annahme von impliziten Hypothesen zurückgeführt worden. Daraus ergibt sich also die Notwendigkeit, die Kriterien für die Sicherung, die Bestätigung und die Korrektur dieser letzteren zu untersuchen.

Wir wollen vor allem von der *voraufgehenden Sicherung* sprechen.

Beim Aufbau einer Theorie müssen möglicherweise die Schlußfolgerungen, die in anderen Theorien auf die genaueste Weise verifiziert worden sind, stillschweigend vorausgesetzt werden. Wenn auch jene Theorien von der Erfahrung nicht vollkommen bestätigt sind, so sind sie es doch im allgemeinen *teilweise;* und wenn man die Schlußfolgerungen aus ihnen mit einem größeren Gebiete von Erkenntnissen vergleicht, so werden sie sehr wahrscheinlich und hinreichend genau, um als Grundlage einer neueren und festeren Konstruktion zu dienen.

Immerhin können die impliziten Hypothesen, die so *durch Deduktion* gesichert sind, häufig durch Hinzunahme anderer empirischer Daten, d. h. *durch Induktion*, ergänzt werden. Dieses eigentlich induktive Verfahren ist besonders wichtig, wenn es sich um die erste Phase der wissenschaftlichen Konstruktion handelt.

Für die Kriterien, deren man sich bei diesen Induktionen zu bedienen hat, muß man sich der *Regeln* von Stuart Mill erinnern, die auf die Grundsätze der Substanz und der Ursache gegründet sind (der englische Philosoph bezieht sich immer auf die Ursache). Aber nach den Bemerkungen der §§ 22, 23 ist es überflüssig hinzuzufügen, daß diese Regeln nur eine formelle Bedeutung und begrenzten Wert haben.

So wenn man z. B. von der *induktiven Methode der Übereinstimmung* spricht: „als Ursache *den einzigen* Umstand zu betrachten, der mehreren Fällen einer Erscheinung gemeinsam ist", so setzt das immer eine *Abstraktion* von unendlich vielen gemeinsamen Umständen voraus, die als unwesentlich betrachtet werden. Und das Beispiel, das hierfür zuweilen gegeben wird, worin bewiesen wird, daß die Wärme den Aggregatzustand der Körper verursacht, zeigt uns gerade den begrenzten Wert der Methode, da sich unter den vernachlässigten Faktoren der „Druck" befindet, den man bei der Verflüssigung der sogenannten permanenten Gase berücksichtigen muß, usw.

Es geht aus den vorstehenden Ausführungen hervor, daß, wenn auch die impliziten Hypothesen im voraus durch vernünftige Kriterien sichergestellt sind, besonders in den ersten Anfängen einer wissenschaftlichen Konstruktion ein Zweifel bestehen bleibt über den Wert dieser Hypothesen und über die Grenzen der Approximation, in denen sie als wahr angenommen werden dürfen. Daher entsteht die Notwendigkeit a posteriori zu bestätigen, ob und inwieweit sie tauglich sind und wo sie einer Korrektur bedürfen.

Die Bestätigung der impliziten Hypothesen wird auch von der Erfahrung geliefert, aber eher im *negativen* als im *positiven* Sinne.

Wenn eine Beziehung zwischen Erscheinungen, die stillschweigend als unveränderlich angenommen wurde, bei gewissen Beobachtungen nicht mehr als solche gelten kann, so wird ihre Veränderlichkeit sich in einem Widerspruch zwischen den Experimenten ausdrücken.

Die logischen Grundsätze, die, wie gesagt, die Bedingungen der Anwendbarkeit der deduktiven Methode ausdrücken, liefern uns so ein Mittel, um a posteriori den *Fehler* in den impliziten Hypothesen festzustellen

relativ zu einem gewissen deduktiven System. Es muß anderseits festgehalten werden, daß die *Übereinstimmung der Experimente*, die angestellt sind, um Lehrsätze zu bestätigen, die logisch von einer Theorie abhängen, für deren implizite Hypothesen eine Bestätigung von immer wachsender Wahrscheinlichkeit liefert.

Was die *Korrektur* der impliziten Hypothesen betrifft, die als irrtümlich erkannt sind, so kann dafür kein anderer Weg angegeben werden als der, zu den Kriterien der induktiven Sicherstellung zurückzukehren und dabei die wahrscheinlichen Teilergebnisse zu berücksichtigen, die (ungeachtet des erwähnten Fehlers) sich in der Entwickelung der Theorie finden werden. Die einzige allgemeine Regel, die hier gegeben werden kann, ist, die Assoziationen und Vergleichungen auf ein möglichst großes Gebiet zu erstrecken: die Hypothesen in bezug auf die *ganze* vorläufig als feststehend zu betrachtende Wissenschaft zu vergleichen, ist die einzige Methode, um sich über jedes einzelne der Prinzipien, die in einem gegebenen Augenblick den Grund des wissenschaftlichen Gebäudes bilden, ein Urteil zu bilden!

Es kommt hinzu, daß nicht allein durch die Vervielfältigung der Kontrollen der Fortschritt der Wissenschaft sich der Verifikation der impliziten Hypothesen einer Theorie nähert.

Während die *Deduktion* die zu verifizierenden Lehrsätze vermehrt, konstruiert die *Definition* neue Begriffe, um damit neue mögliche reale Beziehungen darzustellen, die als Invarianten angesehen werden sollen. Nun erscheint aber eine kleine Veränderung in den ursprünglich behandelten Beziehungen als eine abschätzbare Veränderung in den Beziehungen, die mit Hilfe der anderen definiert sind, und wird so einer genaueren direkten oder indirekten Kontrolle unterworfen.

Auf diese Weise erscheint die Definition als ein Verfahren, die Beobachtungsfehler zu vergrößern, das geeignet ist, den Lehrsätzen der Theorie eine Gestalt zu geben, die eine Bestätigung der aus den impliziten Hypothesen abgeleiteten Voraussetzungen gestattet, bei der die aus diesen sich ergebenden Widersprüche deutlicher werden.

§ 35. Beispiele.

Zur Erläuterung des Gesagten können einige Beispiele angeführt werden.

Der Widerspruch in den Experimenten ist das Kennzeichen, das zuweilen den Chemiker darauf aufmerksam macht, daß ein Körper, von dem er stillschweigend angenommen hatte, daß er aus einer einzigen ihm bekannten Substanz bestände, in Wirklichkeit noch irgendein anderes Element enthält; so vollzog sich in der Tat die Entdeckung einiger neuer einfacher Stoffe.

In der Mechanik bildet das Postulat der Unveränderlichkeit der Masse eine stillschweigend angenommene Hypothese, die bisher noch durch keinen merklichen Widerspruch in den Experimenten erschüttert worden ist. Wenn trotzdem diese Unveränderlichkeit heute Gegenstand eines Streites ist, so liegt das daran, daß man neben den wirklichen Bewegungen solche von ungeheurer Geschwindigkeit als möglich definiert und mit anderen Arten von Erscheinungen verglichen hat (Kap. VI).

Es ist daher die Erweiterung gewisser begrifflicher Darstellungen der Wirklichkeit mittels Definitionen, die ein Mittel zur etwaigen Korrektur der impliziten Hypothesen liefert.

§ 36. Die Krisis in der zeitgenössischen Volkswirtschaftslehre.

Es ist interessant, im Zusammenhang mit den vorhergehenden Bemerkungen die heute in der National-

ökonomie herrschende Krisis zu betrachten, bei der der Gegenstand des Methodenstreites in dieser Wissenschaft eine verschiedene Bewertung der von der klassischen Schule stillschweigend angenommenen Hypothesen ist.

Es ist bekannt, daß die klassische Schule mit Adam Smith den Typus des *homo oeconomicus* geschaffen hatte, durch welchen in unveränderlicher Weise die Motive festgelegt werden, die auf den Willen des einzelnen Menschen wirken, der in den Wechselbeziehungen zwischen Reichtum und Arbeit betrachtet wird.

Dieser Typus entspricht, obwohl er von den verschiedenen ethischen Triebfedern, die die menschlichen Handlungen beeinflussen und komplizieren, absieht, ziemlich gut der Vorstellung von diesen, sofern sie jene wirtschaftlichen Beziehungen zum Gegenstande haben, denen die erwähnten Komplikationen wenigstens *im Mittel* fremd bleiben.

Um den Begriff des *homo oeconomicus* zu definieren, hat die klassische Volkswirtschaftslehre einige einfache und beinahe evidente Hypothesen ausdrücklich angenommen und aus ihnen konkrete und allgemeine Voraussagen auf verschiedenen Tatsachengebieten abgeleitet.

Wir begegnen diesen Hypothesen in Ricardos Theorie der Differentialrente.

Beim Getreidehandel z. B., für den das Ricardosche Gesetz zuerst aufgestellt wurde, nimmt man an, daß die Produktionskosten des Getreides auf einer Reihe von Feldern gemessen werden könnten, indem man die Arbeit und das zur Bebauung nötige Kapital und wenn nötig die Kosten des Transportes auf einen gegebenen Markt berücksichtigte. Seien α, β, γ... die Herstellungspreise der Getreideeinheit auf den besagten Feldern.

Nehmen wir an, daß diese Feldfrüchte auf demselben Markte zu gleicher Zeit in den Handel kommen, und

nennen wir a, b, $c \ldots$ ihre respektiven Einheitsverkaufspreise, dann gilt:

1. Kein Käufer ist geneigt, mehr für das Getreide zu bezahlen, als der niedrigste von einem Verkäufer geforderte Preis beträgt.

2. Kein Verkäufer ist geneigt, sein Getreide unter dem höchsten von einem Käufer gemachten Angebot zu verkaufen.

Folglich haben alle Verkaufspreise das Bestreben, sich auszugleichen, und man kann als der Wahrheit sehr nahe kommend die Hypothese annehmen, daß

$$a = b = c = \cdots$$

3. Anderseits ist niemand geneigt, ein Feld mit reinem Verlust zu bestellen, so daß anzunehmen ist, daß, wenn irgendeine der Differenzen $a-\alpha$, $b-\beta$, $c-\gamma \ldots$ (dauernd) negativ wäre, der Getreidebau auf dem betreffenden Felde aufhören müßte.

Nimmt man nun die Unveränderlichkeit der Preise a, b, $c \ldots$, α, β, $\gamma \ldots$ an, d. h. bezieht man sich auf ein angenommenes wirtschaftliches Gleichgewicht, so hat man also:

$$a-\alpha \geqq 0, \quad b-\beta \geqq 0, \quad c-\gamma \geqq 0 \ldots$$

Demnach ergibt sich, daß jeder Bauer eine Einnahme hat, die gleich oder größer ist als der Unterschied zwischen den Herstellungskosten des Getreides auf dem eigenen Felde und denen auf dem Felde von geringstem Ertrage.

In der Tat folgt aus der Annahme

$$\alpha > \beta > \gamma > \delta \ldots$$

$$b-\beta \geqq \alpha-\beta, \quad c-\gamma \geqq \alpha-\gamma \ldots$$

Diese auf die *Differentialrente* bezügliche Ableitung (die für das Gebiet des Ackerbaues und allgemeiner für irgendeine Industrie gilt) wird durch eine weitere De-

duktion vervollständigt, die sich auf ähnliche Hypothesen gründet.

Es wird angenommen, daß

4. eine Anzahl von noch unbebauten Feldern existiert, für welche die Herstellungskosten des Getreides beinahe stetig wachsen von dem Minimum α ab, das denjenigen unter den bebauten Feldern zukommt, die den geringsten Ertrag liefern.

Nun muß angenommen werden, daß, wenn der Getreidepreis *größer als* α ist, d. h. wenn $a - \alpha > 0$ (und nicht $a - \alpha = 0$), sich jemand findet, der eins der erwähnten Felder bebauen will.

So wird einerseits der Herstellungspreis des Getreides auf den Feldern geringsten Ertrages erhöht (da Felder von immer geringerem Ertrage bebaut werden), und anderseits wird der Preis des Getreides erniedrigt, indem eine größere Menge davon auf den Markt gebracht wird. Demnach gelangt man zu dem Schluß, daß „bei wirtschaftlichem Gleichgewicht der Getreidepreis das Bestreben hat, sich dem Herstellungspreise auf den Feldern von geringstem Ertrage zu nähern".

Hiermit ist das Gesetz der Differentialrente in seiner genauesten Form ausgedrückt und ergänzt durch das Gesetz, das die Beziehung des Wertes der Ware zu den Herstellungskosten des letzten Produktes ausdrückt. Es ist klar, daß dieses Gesetz in ähnlicher Weise auf andere unter verschiedenen Bedingungen industriell produzierte Waren angewandt werden kann.

Nun hat das oben aufgestellte Gesetz zahlreiche Verifikationen gestattet und gestattet sie noch fortwährend, die hinreichend genau sind, wenn man berücksichtigt, daß das angenommene *wirtschaftliche Gleichgewicht* ein Grenzzustand ist, der von der Gesellschaft niemals erreicht wird.

Dagegen stehen andere Beobachtungen mit diesen Bestätigungen in direktem Widerspruch und man kann hinzufügen, daß die Zahl der Fälle, in denen die Regel nicht erfüllt ist, heute im Wachsen begriffen ist.

Es stellt sich auf diese Weise heraus, daß die Unveränderlichkeit, die man dem *homo oeconomicus* zuschrieb, in bezug auf gewisse Deduktionen und die darauf sich stützenden Voraussagen nicht streng genug erfüllt ist.

Besonders tritt die Veränderlichkeit dieses Typus in der großartigen Erscheinung der *Assoziation* hervor. Die Vereinigung vieler Menschen, die als einfache Summation wirken sollte, entfernt sich von dem Vorausgesagten und entwickelt eine Tätigkeit, der es gelingt, die Wirkungen der freien Konkurrenz vorauszuberechnen und zu verhindern.

Die neuen internationalen Trusts legen davon beredtes Zeugnis ab.

Es gelingt der Vereinigung, auf folgende Weise bis zu einem gewissen Grade die Triebfedern zu verändern, die auf die Produzenten wirken. Während der einzelne Produzent seinen Gewinn nicht anders vergrößern kann, als indem er die produzierte Quantität vergrößert, kann die Gesellschaft, die sich eines Teils der Produktionsmittel bemächtigt hat, ihren Zweck bequemer dadurch erreichen, daß sie durch Einschränkung der Produktion das Angebot der Ware auf dem Markte vermindert, denn sie hat ein Interesse daran, nur die billigsten Produktionsmittel zu verwenden, wenn es ihr dafür gelingt, den Gewinn aus der Differentialrente zu erhöhen; außerdem kann die Gesellschaft sich zur Beherrscherin des Marktes machen, indem sie Fremde dadurch an der Produktion der Ware verhindert, daß sie droht, ihre Produkte zu einem niedrigeren Preise anzubieten und so ihre Gegner zu ruinieren, und das selbst unter zeitweiligen Opfern.

Vor allem erscheint in diesem letzten psychologischen Umstand ein neues Element, das die Vereinigung von einer „Summe von Menschen" unterscheidet, so daß die vorerwähnten Erscheinungen nicht zu erklären sind, wenn man den individualistischen Begriff des *homo oeconomicus* aufrecht erhält, selbst wenn man die eine oder andere der oben ausgesprochenen expliziten Hypothesen modifiziert.

Wir sehen in dem vorstehenden Beispiel die beiden Kriterien angewandt, die zur Bestätigung von impliziten Hypothesen dienen; der Widerspruch in den Beobachtungen offenbart auf der einen Seite die nicht strenge Unveränderlichkeit des *homo oeconomicus;* und anderseits ergibt sich diese Veränderlichkeit direkt aus dem Verhalten der wirtschaftlichen Verbände, die nach der Theorie einfach Vereinigungen von Menschen sein müßten.

Es ist nicht unsere Sache, aus den vorangehenden Betrachtungen einen Schluß zu ziehen, der den Anspruch erheben könnte, den Streit der nationalökonomischen Schulen zu entscheiden. Es genügt uns, gezeigt zu haben, daß dieser Streit (wenn man von dem absieht, was daran nicht wissenschaftlich ist) aus der Bewertung der impliziten Hypothesen der Wissenschaft entspringt.

Unter diesem Gesichtspunkt können die historische Schule, die die deduktive Methode verwirft und durch die historische ersetzt, und die mathematische, die im Gegenteil darauf ausgeht, jene Methode zu vervollkommnen und von einer *statischen Volkswirtschaftslehre* zu einer *dynamischen* übergeht, vom Philosophen als Mitarbeiter an der Schaffung einer neuen Phase der Wissenschaft angesehen werden. Dann wird die Annahme genauerer impliziter Hypothesen die Rolle der Deduktion zu erweitern gestatten, sofern man sich wenigstens zur Annahme der sozialen Theorien entschließt, nach denen

die Voraussicht der Tatsachen ständig auf diese einwirkt und an ihnen Veränderungen hervorruft.

Die Bewunderung, die uns die Bemühungen der mathematischen Nationalökonomen[1]) einflößen, welche, wie Walras und Pareto, darauf ausgehen, den Deduktionen, auf die die ökonomischen Hypothesen führen, eine genauere Form und eine weitere Entwickelung zu geben, enthebt uns unseres Erachtens nicht davon, in diesen Theorien eine richtigere Auffassung der Prinzipien zu suchen; und das größte Interesse konzentriert sich für uns in der Kritik der impliziten Hypothesen, d. h. in der Bewertung jener Elemente, denen, da sie als meßbar betrachtet werden, eine strengere Unveränderlichkeit zugeschrieben wird.

Schwierige Probleme! Und doch scheint die Entwickelung selbst der erwähnten deduktiven Theorien sie immer besser zu lösen. Begegnet man doch z. B. bei Pareto einer Ersetzung des Begriffs der „*ofelimità*", den er (1896) seinem ersten Aufbau zugrunde legte.

§ 37. Schlüsse: Der circulus vitiosus der Wissenschaft.

Betrachten wir die Gesamtheit der Kriterien für die Verifikation der explizite oder implizite den Theorien zugrunde liegenden Hypothesen.

Es ergibt sich dann aus dem Gesagten ein paradoxer Schluß, den man als den *circulus vitiosus der Wissenschaft* bezeichnen kann.

Die Verifikation der expliziten Hypothesen erfordert eine Deutung der Erfahrung, die von den impliziten Hypothesen abhängt; und diese ihrerseits werden zum *großen Teil* auf Grund anderer Theorien und expliziter

1) Für ihre Beurteilung s. V. Volterra „Giornale degli Economisti". Nov. 1901.

Hypothesen bestätigt und, wo es not tut, durch eine ausgedehntere Vergleichung der erworbenen Kenntnisse korrigiert. Der Fortschritt der Wissenschaft stützt sich also auf die Wissenschaft selbst, er ist eine *Erweiterung*, keine *Neuschöpfung*.

Gerade um diesem Zirkel zu entgehen, wurde KANT auf seine Lehre von der Erkenntnis *a priori* geführt. Und aus demselben Grunde erwächst diese Theorie von neuem in anderer Form in der heutigen französischen Philosophie, die die Prinzipien, die Regeln für die Deutung der Erfahrung, als reine *Vereinbarungen* ansieht.

Die Gelehrten würden also ebenso verfahren wie die Gesetzgeber, die dem Golde die Rolle einer die Zahlung erleichternden Ware übertragen und es deshalb zum Wertmaßstab erheben; oder vielmehr, um den Vergleich durchzuführen, die Wissenschaft wäre ein Staat mit plurimetallischer Währung, da es sich ja nicht um ein einziges Prinzip handelt!

Aber die Wahl des Goldes als Münze beruht auf dem Umstand, daß dasselbe schon einen Tauschwert hat, der mit dem anderer Waren verglichen werden kann; und bei der bimetallischen Währung hat das gesetzliche Verhältnis die Wirkung, daß das minderwertige Geld an Stelle des besseren tritt.

Auch bei den wissenschaftlichen Prinzipien ergibt sich daher die Notwendigkeit, sie als Ausdruck bereits angestellter Experimente zu betrachten, und sie zu messen und fortwährend an der Hand der folgenden Experimente zu revidieren; dieser Punkt ist auch POINCARÉ nicht entgangen. Wenn man jedoch die Dinge statt von einem formellen von einem realen Gesichtspunkt betrachten will, so erscheint es gerechtfertigt (und wir haben darauf schon hingewiesen) diese Prinzipien nicht als *Vereinbarungen*, sondern als *Annahmen* anzusehen, *die immer weiter bestimmt werden*. Auf jede Weise bleibt

die Schwierigkeit für denjenigen vollständig bestehen, der von keinem Prinzip zugeben will, daß es *vor* aller Erfahrung *gilt*. Man entgeht nicht dem Schluß, daß die experimentelle Methode die Wissenschaft erweitert, aber nicht schafft.

Wir müssen diesen Schluß als positives Faktum hinnehmen und wollen zeigen, daß dasselbe im Lichte der Kritik richtig gedeutet, nicht jenen circulus vitiosus einschließt, den wir uns als ein Paradoxon voranzustellen erlaubt haben.

In der Tat wird in jedem Augenblick der wissenschaftlichen Konstruktion ein gewisses Ganze von Kenntnissen, die mehr oder weniger wahrscheinlich sind, als erworben vorausgesetzt. Und desgleichen können wir uns bei jeder experimentellen Untersuchung, bei jeder neuen Begriffsbildung auf bereits gebildete Begriffe stützen.

So ist die angenäherte Unveränderlichkeit der Körper eine Erkenntnis, die den Untersuchungen der Physiker über die Konstanz der Masse vorhergeht. So finden sich ferner gewisse Begriffe und Anschauungen, z. B. geometrische, mechanische, physikalische, wenigstens im Keime als Besitz unseres Geistes beim Beginn der wissenschaftlichen Forschung als etwas, das durch vorhergehende gewohnheitsmäßige Erfahrungen erworben worden ist.

Der circulus vitiosus der Wissenschaft wird durch die Konstatierung beseitigt, daß die Entwickelung der Wissenschaft keinen Anfang hat, sondern sich nach rückwärts wie nach vorwärts unbegrenzt ausdehnt. Die Erwerbung der Erkenntnisse fällt nicht ganz und gar in das klare Bewußtsein und in den Bereich des Willens, sondern sie erstreckt sich auch in die unbewußten und instinktiven Assoziationen hinein.

Es genügt, daran zu denken, daß diese in gewisser Weise dem Leben angepaßt sind, um den als erworben

hingenommenen ersten Erkenntnissen einen gewissen Annäherungs- und Wahrscheinlichkeitswert zuzusprechen.

Der Fortschritt der Wissenschaft ist eine *Kette fortschreitender Approximationen*, wo aus den teilweise verifizierten *Deduktionen* und aus den Widersprüchen, durch welche der Irrtum aus den impliziten Hypothesen entfernt wird, neue *genauere, wahrscheinlichere und weiterreichende Induktionen* entstehen.

In diesem Verfahren liefern die ursprünglichen und allgemeinen Begriffe wie die geometrischen und die mechanischen, die ersten am wenigsten veränderlichen, wenn auch nicht *absolut* feststehenden, leitenden Grundsätze. Auf sie also muß sich unsere Kritik richten, um ihre reale Bedeutung und ihre psychologische Entstehung zu erklären.

Indem wir jedoch diese Prüfung den späteren Kapiteln überweisen, wollen wir vorerst einige kurze Betrachtungen über die physiologischen Probleme entwickeln, die sich an die Logik knüpfen, und die aus der Beziehung zwischen ihren beiden Seiten, der subjektiven und der objektiven, sich ergeben.

C. Die physiologische Seite der Logik.

§ 38. Stellung des Problems.

Die zwei Arten, die Logik zu betrachten, nämlich als ein System von Gesetzen, die einen psychologischen Vorgang beherrschen, und als ein System von Bedingungen und Hypothesen, das diesem Vorgang eine Bedeutung für die wissenschaftliche Anwendung erteilt, stellen uns vor Probleme von hoher Wichtigkeit.

Wie wird die Beziehung zwischen gewissen Gesetzen des Denkens und der Erscheinungswelt, welche die objektive Gültigkeit der Logik in sich schließt, sich *erklären* lassen?

Das Wort „erklären" erhält hier einen bestimmten Sinn, wenn man den psychologischen Vorgang physiologisch betrachtet, d. h. wenn man annimmt, daß den geistigen Erscheinungen, den Assoziationen und den sie beherrschenden Gesetzen parallel verlaufende physiologische Erscheinungen, Operationen und Bedingungen, nach denen sie sich vollziehen, entsprechen.

Bei dieser Deutung verwandelt sich die *empiristische Behauptung*, nach der die logischen Gesetze durch Erfahrung erworbene Begriffe von allgemeinen Tatsachen sind, in eine *epigenetische* Ansicht von der Entwickelung der *physiologischen Funktionen;* die *kritische Behauptung*, die in den besagten Gesetzen Bedingungen a priori des Denkens erblickt, verwandelt sich in eine *präformistische* Ansicht von dem Bau der Nerven und besonders des Gehirns, in bezug auf elementare mechanische, physikalische usw. Bedingungen des Organs.

Nun ist die erste Behauptung, soweit sie sich auf das Individuum bezieht, an dem Tage überwunden worden, an dem man erkannte, wieviel das Lebewesen der Vererbung verdankt, wodurch der Gegenstand der Untersuchung von dem Individuum auf die Art überging. Die zweite Behauptung stellt sich als eine allgemeine Ansicht über das Problem dar, die zu unbestimmt ist, um als eine Erklärung der uns beschäftigenden Schwierigkeit angesprochen zu werden.

Lassen wir die weiteren biologischen Fragen, aus denen sich der Gegensatz zwischen der epigenetischen und der präformistischen Ansicht erklärt, beiseite. Für uns ist klar, daß die Organe des Denkens, wie es im Geiste eines ausgewachsenen Menschen stattfindet, Bedingungen genügt, vermöge deren der logische Prozeß gewissen allgemeinen Tatsachen entspricht. Diese Bedingungen beschränken sich nicht auf den bloßen Be-

griff dieser Tatsachen, sondern drücken die *Wirkungsweise* des Organs aus.

Wie nun auch das Organ zu dieser „Wirkungsweise" gekommen sein mag, es fragt sich, ob es möglich ist, sich von ihr eine *Vorstellung* zu machen, die diese Übereinstimmung erklärt.

§ 39. Grundlegende Hypothesen.

Sich von dem physiologischen Vorgang des Denkens eine Vorstellung machen, ist ein Problem, dessen bloßer Ausspruch tollkühn erscheinen muß! Was wissen wir denn von den allerelementarsten Erscheinungen, die ihren Sitz im Gehirn haben? Haben wir doch kaum mit einiger Sicherheit einige Funktionen lokalisiert auf Grund der anatomischen Methode der Degeneration oder der embryologischen, die auf der Myelinisation der Nervenfasern beruht.

Anderseits gehen unsere Kenntnisse über das Nervensystem nicht über ein gewisses Ergebnis hinaus, das kürzlich durch verbesserte technische Hilfsmittel bestätigt wurde; und es scheint nicht sehr wahrscheinlich, daß man, auch wenn man auf diesem Wege fortschreitet, dazu gelangt, sich von den Funktionen der Nervenzellen und -fasern eine klarere Vorstellung zu machen, wenn man sich nicht mit willkürlichen Hypothesen begnügen will.

Schon der häufige Wechsel der Meinungen über die einfachsten Fragen bezeugt den tiefen Stand dieser Untersuchungen.

Um nur ein Beispiel anzuführen, so ist es erst wenige Jahre her, daß die *Neuronentheorie* sicher begründet schien, und schon haben ihr die Forschungen von Apaty die anatomische Grundlage entzogen, während die Experimente Bethes am Carcinus Menas ihre physiologischen Behauptungen zu widerlegen scheinen.

Aber es handelt sich hier nicht darum, sich die physiologischen Elementarvorgänge vorzustellen, die sich in Gedanken umsetzen, sondern nur gewisse allgemeine Beziehungen derselben. Und das kann man in ähnlicher Weise versuchen, wie in einigen physikalischen Theorien, wo man die Erscheinungen darstellt, indem man sich auf ein in keiner Weise bestimmtes hypothetisches mechanisches Substrat stützt.

Es sei uns gestattet, zu größerer Klarheit zuerst einige Hypothesen zu machen, von denen wir uns nachher bis zu einem gewissen Grade befreien werden.

Die *erste Hypothese* ist, daß man die Bildung der Vorstellungen physiologisch als ein System von *Nervenströmen* darstellen kann, ähnlich wie sie bei den niederen Gehirnfunktionen konstatiert werden können.

Worin besteht das dadurch bezeichnete Elementarphänomen? Vollzieht sich in einer gewissen Gruppe von Zellen oder Fasern eine elektrische Entladung oder eine Reihe von metabolischen Erscheinungen? Handelt es sich um osmotische oder andere physikalische, chemische oder physiologische Erscheinungen? Das sind Hypothesen, die wir gänzlich beiseite lassen können. Unser Schema stellt also einen sehr verwickelten Zusammenhang von Erscheinungen dar, die wir Ströme nennen, und von denen wir annehmen, daß sie Zentren oder Gruppen von Gehirnzellen verbinden, durch Wirkungen und Gegenwirkungen, die auf gewissen *Assoziationsbahnen* übertragen werden.

Die *zweite Hypothese* (die wir in ihrer engsten Form aussprechen) besagt, daß bei den Prozessen, die der logischen Entwickelung entsprechen, die Ströme als scharf *lokalisiert* betrachtet werden können auf Bahnen, die während des Prozesses zwischen gewissen Gruppen von Zellen oder Fasern fest bleiben.

Diese Hypothese kann in gewissem Grade durch zwei Überlegungen gerechtfertigt werden.

Die erste ist das Prinzip, daß „der Nervenstrom die Tendenz hat, in der Bahn zu verlaufen, die er schon einmal durchlaufen hat".

Dieses Prinzip, das keine genaue Kenntnis der Nervenströme erfordert, wird von den meisten Neurologen angenommen, was auch sonst ihre besonderen Ansichten über den Bau der Gewebe sein mögen, die den Sitz dieser Erscheinungen bilden.

In der Tat liegt diese Hypothese

1. der gewöhnlichen genetischen Erklärung der Reflexe zugrunde,
2. liefert sie den leitenden Faden für die Untersuchungen über die Lokalisation im Gehirn, deren Begriff, obgleich erweitert und kompliziert durch die Berücksichtigung der Unverletztheit des Organs, dennoch immer durch eine kleine Zahl von experimentellen Resultaten bestätigt wird, die mit den Beobachtungen an einigen klinischen Fällen übereinstimmen;
3. erklärt sie gut die Entwickelung der Ersatzfunktionen, die sich bei der Exstirpation von Teilen der Hirnrinde einstellen.

Nun hat die Eigenschaft der Nervenbahnen, für die Ströme, von denen sie wiederholt durchflossen werden, leichter durchlässig zu werden, die *Tendenz*, die Beständigkeit der Assoziationsbahnen zu erzeugen, und liefert so die natürlichste Grundlage für das psychologische Gesetz der Assoziation durch Gewohnheit, wie schon seit Descartes und Locke bemerkt worden ist.[1])

---

1) W. James, „Prinzipien der Psychologie" ital. Übers. S. 403, sagt, daß die moderne Wissenschaft an dieser alten Erklärung nichts zu verbessern gefunden hat.

Aber dieser Tendenz wirken die mannigfachen äußeren Reize und die Einwirkungen der Gehirnströme aufeinander entgegen.

Daher dürften in einem Modell, das die ganze Reihe der Gehirnvorgänge durch ein System von Strömen darstellen soll, die Assoziationsbahnen nicht streng lokalisiert sein.

Wenden wir uns jedoch einer anderen Betrachtung zu, nämlich der allgemeinen Tatsache der *Hemmungswirkung*, die von den höheren Zentren auf die niederen ausgeübt wird.

Wenn bei einem gegebenen Vorgang eine Hemmung sozusagen die Ströme gegen die störende Wirkung der Nachbarströme isoliert, so wird es natürlich erscheinen, anzunehmen, daß sie, solange die Hemmung andauert, auf festen Bahnen lokalisiert sind.

Unsere zweite Hypothese kann also als gerechtfertigt angesehen werden, wenn angenommen wird, daß „der Behauptung eines Objektes des logischen Denkens oder der Annahme eines Begriffs eine Hemmung entspricht, die in der angedeuteten Weise auf die physiologischen Vorgänge wirkt".

Die Hypothese der Lokalisation des Gedankens bei den logischen Prozessen kann übrigens in weitem Sinne verstanden werden. Die klarste Art, sie sich vorzustellen, besteht darin, daß man die Denkobjekte auf histologisch bestimmte Teile der Hirngewebe bezieht, wie sie sich der mikroskopischen Untersuchung darbieten, d. h. auf Gruppen von Zellen oder Fasern. Aber es ist wirklich nicht nötig, der Theorie diese genaue anatomische Bedeutung zu geben; das, worauf es in den folgenden Erklärungen im Grunde ankommt, ist eine gewisse Unveränderlichkeit der Gehirnvorgänge, die während der logischen Assoziation sich zu einem komplizierteren Vorgang zusammensetzen, und eine solche Unveränder-

lichkeit läßt sich gleich gut auf verschiedene Weisen denken.

§ 40. Erklärung der Axiome.

Sehen wir zu, wie die angenommenen Hypothesen über den Mechanismus des logischen Prozesses die Beziehung zu erklären erlauben, die durch die objektive Gültigkeit der Logik zwischen den Gesetzen des Denkens und den Tatsachen impliziert wird.

Die Grundbeziehung besteht darin, daß „die wirklichen Eigenschaften der Mengen von Gegenständen bei einer gewissen Unveränderlichkeit der letzteren durch dieselben Axiome ausgedrückt werden, die anderseits die logische Assoziation beherrschen".

Diese Beziehung findet ihre Erklärung darin, daß in unserem Schema die logische Assoziation der gleichzeitigen Bildung von Strömen entspricht, die in festen Bahnen verlaufen, woraus folgt, daß für die physiologische Betrachtung des Denkens Assoziieren gleichbedeutend ist mit der Zusammensetzung unveränderlicher Gehirnprozesse.

Nach der vorstehenden Erklärung könnte die Verifikation der Axiome beim Denken von einem Beobachter experimentell konstatiert werden, der imstande wäre, die entsprechenden Gehirnvorgänge zu verfolgen und festzustellen, daß sie (wenigstens bis zu einem gewissen Grade) nicht durch den Umstand modifiziert werden, daß sie gleichzeitig stattfinden. Die *logischen Fehler* beim Denken würden von einer Schwächung der Hemmungskraft herrühren, die zur Folge hätte, daß die erwähnten Vorgänge aufeinander einwirkten und die von den Strömen durchflossenen Bahnen veränderten, was der angenommene Beobachter feststellen könnte. Diese Hypothese findet eine Bestätigung in dem psychologischen Zustand der unlogisch veranlagten Menschen

wie schon im § 26 bemerkt), die nicht imstande sind, systematisch von den Gefühlen zu abstrahieren, die gewisse Assoziationen begleiten und ihre Ergebnisse zu verändern streben.

§ 41. Über die Ursachenvorstellung.

Dieselben Hypothesen geben Rechenschaft von den wesentlichen Umständen, die die vorstellungsmäßige Seite der Ursache betreffen.

Der psychische Zustand der *Erwartung*, den wir ausdrücken, wenn wir eine Beziehung zwischen Sinnesempfindungen, die sich *bisher nicht verändert* hat, als *unveränderlich* annehmen, kann psychologisch als Reizung gewisser Gehirnzentren gedeutet werden, die der Sitz gewisser sinnlicher Bilder sind. Diese Reizung kann vermöge fester Assoziationen stattfinden, wenn die mit ihnen verknüpften sinnlichen Bilder erweckt werden.

So müssen wir uns physiologisch die Vorstellung von Wirkung und Ursache vorstellen.

Damit also eine konstante Aufeinanderfolge von Empfindungen als eine kausale Verknüpfung vorgestellt wird, ist es notwendig, daß zwischen den Bildern des früheren und des späteren Vorganges sich eine psychologische Assoziation vollzieht.

In der kausalen Vorstellung, die wir durch das Wort „wie" bezeichnen, werden zwei klar unterschiedene Bilder vereinigt; bei derjenigen hingegen, die dem Wort „warum" entspricht, haben wir eine Reihe von durch Aneinandergrenzen assoziierten Bildern. In diesem letzteren Falle stellt sich also, im Gegensatz zum ersten, die Ursachenbeziehung dar als ein in seiner Stetigkeit klar definierter Gehirnprozeß, nämlich als ein Strom oder eine Reihe von Strömen, die eine Verbindung zwischen dem Bilde der Ursache und dem der Wirkung herstellen.

Nach dem Prinzip, daß die Ströme durch ihren Verlauf die Assoziationsbahnen bestimmen, haben wir hier nicht nur die Assoziation zwischen zwei *Bildern*, sondern auch *die physiologische Bedingung* derselben. Und das erklärt das Gefühl der Notwendigkeit, das diese Assoziation begleitet.

Die vorstehenden Beobachtungen enthüllen uns den physiologischen Unterschied zwischen den beiden Arten von Kausalvorstellungen, in deren einer Wirkung und Ursache die Endglieder einer stetigen Reihe sind, während sie bei der anderen klar getrennt bleiben. Im Falle der sogenannten *metaphysischen Erklärungen* ist die stetige Reihe von Erscheinungen, die die Ursache mit der Wirkung verbinden, nicht wirklich gegeben, sondern einfach angenommen.

Die psychologische Bedeutung einer solchen Annahme ist leicht zu verstehen: sie bildet ein *verbindendes Glied* zwischen den beiden Vorgängen, die man durch eine Kausalbeziehung verknüpfen will; dieses Mittelglied ist eine Reihe von bereits hergestellten Assoziationen durch Aneinandergrenzen, an die sich die besagten Vorgänge als Endglieder anreihen.

Demnach *erkennen wir in dem Streben nach metaphysischen Erklärungen vom physiologischen Standpunkt aus den Ausdruck eines Gesetzes geringsten Kraftaufwandes, demgemäß die neuen Assoziationen, welche Kausalbeziehungen darstellen, die Tendenz haben, sich in den bereits durch gewohnte Prozesse gewiesenen Bahnen zu vollziehen.*

Dies sind die Ergebnisse einer Analyse, die mit allem Vorbehalt angestellt uns nicht die Bezeichnung tollkühn und nichtig zu verdienen scheint, selbst nicht von seiten desjenigen, der weniger geneigt sein sollte, in ihr einen Schritt weiter zur Lösung eines großen Problems zu erblicken.

Autorenverzeichnis.

Abdank-Abakanovich 11.
Airy 135.
Apaty 252.
Arago 109.
Archimedes 147. 164.
Ardigò 31.
Aristoteles 30. 31. 124. 155. 159. 166. 200.
Avogadro 149.

Bacon 156.
Bain 79.
Beethoven 67.
Beltrami 198.
Bernard 57. 126f.
Berthold 59.
Bertrand 143.
Bessel 207.
Bethe 252.
Bode 110.
Boetius 159.
Boole 161.
Boyle 145. 148.
Broca 68.
Bütschli 59.

Cantor 25.
Carlini 135.
Carnot 12.
Cawendish 135.
Cesaro 25.
Chabry 63.
Chun 113.
Cicero 185.
Clairaut 136.
Clarke 136.
Clifford 66.
Comte 5. 7. 45. 50. 56. 65. 68ff. 79.
Coulomb 141. 143.
Cournot 120.
Croce 116.
Crookes 53.
Cuvier 56.

Dalton 149.
Dante 190.
Darboux 136.
Darwin 62. 66.
Dedekind 199.
Delage 57. 60.
De Morgan 161.
Descartes (Cartesius) 2. 10. 254.
Digest 171.
Diogenes 14.
Driesch 63.
Du Bois Reymond 6. 25f.

Emery 64.
Enriques 165. 175. 191.
Euklid 164. 169. 186. 198f.

Fano 191.
Faraday 142f.
Fechner 66.
Fiorentino 185. 214.
Frege 161.

Galilei 67. 128f. 134.
Gauß 43. 142.
Gay-Lussac 145. 148.
Graßmann 161. 186.
Guarducci 175.

Haacke 62.
Haeckel 62.
Halphen 136.
Hamilton 161.
Hegel 216.
Helmholtz 66. 73. 77. 186.
Heraklit 216.
Herbart 156. 216.
Hermite 11.
Herschell 109. 136.
Heydweiller 207.
Hilbert 24. 165. 202.
Hugo 116.
Huyghens 132.

Jahn 149.
James 254.
Jevons 127. 130. 157.

Kant 30ff. 45. 76. 124. 156. 204ff. 248.
Kepler 67. 131ff. 222.
Kirchhoff 51
Klein 100.
Kries 213.

Lambert 161.
Landolt 207.
Laplace 136f.
Lavoisier 206. 208f.
Legendre 167. 169.
Leibniz 2. 23. 161.
Le Verrier 109f.
Levi-Civita 4.
Lewes 79.
Lie 100.
Lindemann 10.
Lipmann 42.
Locke 66. 254.

Mach 51. 71.
Maclaurin 136.
Maurolikus 200.
Maxwell 52. 65. 143f. 186.
Mayer 209.
Mendeleieff 111.
Mill 76. 79. 156. 214. 238.
Monge 83.

Naville, A. 107.
Naville, E. 127.
Newton 67. 109f. 131ff. 139. 222.

Ostwald 100.

Padoa 161. 202.
Pareto 247.
Parisina 116.
Parmenides 216.
Pasch 165.
Peacock 161.
Peano 161f. 165. 186. 199. 201. 208.
Peirce 161.
Pfeffer 148.
Pflüger 63.
Picard 3.
Pieri 161.
Plücker 164.
Poincaré 42. 51. 100. 208. 248.
Poisson 139ff.

Quincke 59.

Raleigh 207.
Raoult 149.
Ricardo 242.
Riemann 198.
Romanes 66.
Roux 62f.
Russell 26.

Schiaparelli 133.
Schopenhauer 87.
Schroeder 161.
Sigwart 213.
Smith 242.
Spencer 31. 49. 62. 64. 66. 77.

Thales 48.
Thomson, W. 52. 54.
Tisserand 136.
Tocco 159.
Thomas 126.
Torricelli 106. 127. 129.

Vacca 161.
Vailati 86ff. 107. 161. 186. 200.
Van der Waals 54.
Vanni 45.
Van't Hoff. 54. 144. 148.
Venezian 213.
Veronese 24. 165.
Verworn 59. 66.
Volterra 247.

Walras 247.
Weber 66.
Weismann 62. 64f.
Wilson 63.
Wundt 66.

Zeno 14. 216.

Sachregister.

Abplattung der Erde an den Polen 136.
Absolut 16ff. 21. (26ff. 29ff. 37. 41. 47ff. 86. 178. 204f. 211. 234. 250.
— und relativ 17ff.
Abstoßungskräfte 9. 140ff.
abstrakt 174. 186f. 190. 211.
Abstraktion(en) 48. 107. 124. 129. 137. 184ff. 187. 189. 197. 200. 206 215. 222. 239.
Abu Hassans Abenteuer 81ff.
Aggregate 60. 62. 239.
agnostischer Verzicht 6ff.
Agnostizismus 6ff. 32.
Akkommodation des Auges 87.
aktual 23.
aktuale Beziehungen 194.
aktuale und genetische Betrachtung 150ff.
Alchimie 12ff.
Algebra der linearen Substitutionen 100.
Algorithmen 24. 161f.
algorithmisch 162. 199.
Alkoholvergiftung 96.
Allgemeinheit 102. 104. 107. 112. 121. 123. 158. 216.
Analogien 133. 160.
Analyse der Sinnesempfindungen 77.
— des Gedankenvorgangs 175.
— des logischen Gedankenprozesses 166.
— eines Begriffes 178.
Analysis des Unendlichen 23.
analytisch 164. 174.
Anatomie 113.
Anfangsimpuls 133.
Animismus 57. 60.
Anisotropie des Kernes 63.
Annäherung 134f.
— der Erkenntnis 101.
Annahme(n) 120ff. 126. 128. 141. 176. 182. 193. 199. 203. 205. 207ff. 211. 215. 222. 248.
Anpassung der Sinnesorgane 87.
Anpassungsfähigkeit 143.
Anschauung 196f.
Antezedentien 214.
Anthropomorphismus 31.
Antichresis 171.
Antinomie(n) 29. 33ff. 205.
Anwendung der Logik 202—250.
Anwendungsgebiet der Theorien 150.
Anziehung(skraft) 132ff. 140ff. 237.
a posteriori 106ff. 164f. 205. 222. 239.
a priori 33ff. 43. 106ff. 134. 136. 138. 142. 163. 192. 194f. 204f. 206. 208. 217. 229. 248. 251.
Approximation(en) 137. 239. 250.
Äquivalenz 133. 139. 143. 148f. 157. 180. 188f. 199. 203. 209.
Arbeit 148f.
Architektur 118
Arithmetik 162. 198ff. 218. 220f.
Art(en) 62. 111ff. 251.
Ascidien 63.
Assoziation(en) 48. 66. 89. 91. 129f. 132. 134. 138. 151. 160. 172. 175. 189. 191f. 197. 202. 218f. 240. 245. 249. 251. 253ff. 256f.

Assoziationsbahnen 253f. 258.
Astronomie 107 ff. 121. 223.
Äther 47. 50 ff. 60. 123. 237.
Atom 52ff. 60. 123. 149. 222.
Attraktion 132. 135.
Aufeinanderfolge 104. 112. 213ff.
Aufgaben der positiven Erkenntnislehre 71.
Aufmerksamkeitserscheinungen 87.
Auge 87.
Augenblick 90. 116.
Ausdehnung 54. 76. 125. 178.
Ausdruck äußerer psychischer Zustände 94.
Ausdrucksformen 93.
ausgeschlossenes Drittes 193.
Aussagen 190ff.
Auswahl 211.
Auswertung von Flächeninhalten 11.
Axiome 187ff. 194. 200. 202. 218f. 256ff.

Bankrott der Wissenschaft 6.
Basis der natürlichen Logarithmen(*e*) 11.
Bedingtheit 104. 107. 121.
Bedingung(en) 86. 88. 181. 183ff. 191. 201ff. 204f. 208. 211ff. 214f. 217. 220. 250f.
Bedingung der Positivität 17.
Bedingungen der Möglichkeit der Begriffe 193ff.
—, subjektive und objektive 102.
Begriff(e) 42. 60. 70ff. 105. 124f. 128ff. 137ff. 150ff. 165ff. 171ff. 175f. 177ff. 180ff. 184f. 193ff. 206. 216. 221. 224. 229. 240.
Begriffsbildung 71. 125. 138. 150ff.
Begriffselemente 215.
Begründung 73.
Beharrlichkeit 141.
Behauptung(en) 171. 251.
Beispiele impliziter Definitionen 178ff.
Beobachtung(en) 126f. 129f. 131. 137f. 156. 163. 172. 174. 176.
Beobachtungsfehler 229. 241.
Beobachtungspsychologie 66.
Beobachtungstechnik 71.
Bereich der Elemente 101.
berühren 102.
Beschleunigung 132. 134.
Beschreibungen 170f. 172.
Bestandteil(e) 125.
objektiver 35. 38. 70.
subjektiver 35. 70.
Bestandteil(e) hypothetische 120ff.
Bestätigung(en) 90. 122. 128. 197. 207. 218f. 223f. 227. 232f. 238ff.
Bestätigung der impliziten Hypothesen 238ff.
Bestätigungsproben 92.
Bestimmtheit 234.
Bestimmung des osmotischen Drucks 147f.
Bestimmungen, allgemeine 201f.
bewegen, sich 102.
Bewegung(en) 17ff. 76. 88. 105. 131ff. 175. 216. 241.
Beweis der Möglichkeit einer formalen Logik 165.
— der Realität 86. 197.
— experimenteller 197.
— logischer 196. 202.
Bewußtseinszustand, fremder 93.
Beziehungen 65. 85. 88ff. 94. 138. 143. 162. 165. 170. 174ff. 177. 181f. 187ff. 193ff. 201. 203f. 217. 224. 240.
Bilder 47. 50. 59. 62. 65. 123. 139. 142. 150. 160. 164. 172. 219. 257f.
Biochemie 56ff.

biogenetisches Grundgesetz, (Haeckels) 62.
Biologie 49. 56. 110 ff.
biologische Bedeutung des Glaubens an die Wirklichkeit 98 ff.
Blastomeren 63.
Blutdruck 67.
Botanik 111.
Brechung 104.

canevas de la réalité 107.
Chemie 110 f. 222.
Chromosome 58 ff.
Circulus vitiosus 197. 247 ff.
Comte als soziologischer Metaphysiker 69 ff.
consensus 94 ff.
credo quia absurdum est 28 ff.
culpa 212.

Darstellung durch Begriffe 197.
— grammatikalische oder symbolische 166.
— künstlerische 116.
— logische 204 f.
Dasein an sich 86.
— realer Dinge in der Zeit 88.
Daten 32. 40. 42. 73. 78. 85. 124 ff. 156. 173 f. 210. 223. 238.
Deduktion (en) 127. 129 f. 132. 151. 155. 157. 162 f. 166. 173. 176. 181 f. 189. 203. 205. 215. 221 ff. 225. 238 f. 245 ff. 250.
deduktive und induktive Logik. 157 f.
Definition (en) 166 ff. 178 ff. 240 f.
— der Wirklichkeit 85 ff. 101.
— des Sinnes 165.
Definitionen, explizite 174 ff. 179.
definitorische Bedingung 208 f.
Degeneration 252.
Delirium 96.
— tremens 96.
Denken 75. 127. 153. 155 ff. 159 f. 162 ff. 182 ff. 188. 190 f. 194. 196. 201. 204. 215. 217 f. 250 f. 252. 255 f.
Denkfehler 160.
Denkökonomie 71.
Denkprozeß 162.
Denkvorgänge 163 f.
Determinismus 120. 212.
Deutung der Begriffe 196 f. 224. 228.
— der Erfahrung 247 f.
— der Experimente 232 ff. 236.
Deutungsmittel 177.
Dialektik 155. 216.
Dichogamie 112.
Dichte 145.
Differentialrente 242 ff.
Differentiation 222.
diffundible Substanz 144 f.
Diffusion 145.
Ding an sich 32.
Dinge 47. 87 ff. 218. 220. 223.
Disgregation 145.
Diskontinuitäten, qualitative 78.
diskret 225 ff. 233.
Dispersionsvermögen der Spitzen 142.
Disposition von Experimenten 125.
Dissogonie 113.
Dissoziation (en) 175.
— der Moleküle 54.
Divinationsgabe 127.
dolus 212.
Doppelsinnigkeit 160.
Doppelsterne 136.
Dreieck 186.
Dreiteilung des Winkels 9.
Druck 143. 145 ff. 224. 239.
Durchschnitt 184 f. 187 ff.
dynamisch 206. 209. 246.

e Basis der natürlichen Logarithmen 11.
Ebene 175 f. 181. 191.
Echo 84.
Ei 62 ff. 112.
Eigenschaften 218 ff. 223 ff. 233.
Eigentum 171. 179 f.
einleuchtend 203.
Eleaten 216.
elektrisch 209.

Elektrizität 65. 76. 140ff.
Elektrostatik 144.
elektrostatische Theorie Poissons 139ff.
Element(e) 36ff. 39. 51. 61. 67. 89. 92. 101. 110. 174. 182ff. 187ff. 191f. 193. 200f. 206. 217f. 227ff.
Elementargeometrie 169. 173.
elementare Typen der Definition 185ff.
Elimination 44. 124. 151.
Embryo 63. 78.
Embryologie 56. 64. 113.
embryologisch 252.
Empfindungen 85ff. 88. 90ff. 92. 100ff. 121ff. 125. 127. 257.
Empfindungskomplex 172.
Empirismus 87. 125ff.
empiristisch 251.
Energetik 148. 209.
Energie 100. 206ff. 209f.
Entwickelungshypothese 57.
Entwickelungslehre 49. 57ff.
Entwickelungsmechanik 63.
Entwickelungspsychologie 78.
Entwickelungsstadien 137.
Enzymhypothese 64.
epigenetisch 251.
Epileptiker 97.
Erde 131. 134ff. 211. 214.
Ereignis(se) 88ff. 91. 120. 185.
Erfahrung(en) 33ff. 84. 98ff. 106ff. 122. 125. 178. 196f. 201. 204f. 207f. 212. 219. 225f. 227.
Erinnerung 90ff.
Erinnerungsfehler 91.
Erkenntnis 34ff. 45ff. 50. 70. 75. 93. 100ff. 108. 120f. 123f. 130. 139.
— a priori u. a posteriori 106ff. 150. 154. 156. 164. 178. 189. 202. 204f. 206. 215.
Erkenntnisse 36ff. 48. 50. 76. 106ff. 118. 204f. 224.
Erkenntnislehre 73. 80.
Erkenntnisproblem 13ff. 71ff. 77ff. 80.
Erkenntnisprozeß 155. 157. 202.
Erkenntnistheorie 73. 79. 106ff. 152. 155.
erklären 250f.
Erklärung der Axiome 256ff.
erlauschen 85.
Erleichterung der Voraussicht 125.
erschauen 85.
Erscheinung(en) 29ff. 51. 59. 67. 88. 104. 127. 129. 139f. 144. 206. 209. 211. 217. 222. 224. 251ff.
Erscheinungswelt 217f. 225. 250.
Erwärmung der Körper beim Schlag 103.
Erwartung(en) 86. 90ff. 93. 98ff. 257.
Erweiterung der Erkenntnis 101.
Erwerbung der Erkenntnis 127ff.
Evolution 62.
Existenz 205. 208.
Experiment(e) 125ff. 138. 143. 156f. 172. 174. 176. 197. 199. 206f. 210f. 224f. 227ff. 240. 248. 253.
Experimentiertechnik 71.
explizit 174. 181. 224f. 233. 238ff. 246f.
Exstirpation der Gehirnlappen 212.
— von Teilen der Hirnrinde 254.
Extrapolation 232.

Faktum 65. 73. 79. 85. 89. 98. 101. 103. 112. 118ff. 123. 148. 249.
Fall schwerer Körper 104. 128.
Falschheit 153f. 156. 158.
falsche Schlüsse 153f.

Faser 253. 255.
Fata Morgana 83.
Fehler 40. 49. 71. 174. 231. 239f. 256.
Fehlergesetz 41.
Fehlertheorie 43.
Figuren 167f. 175. 181.
— kariokinetische 59.
fixe Idee 96.
Fixsterne 18.
Flächeninhalte 11.
Fluida 50. 60. 140ff.
Flüssigkeit(en) 47. 140. 143. 146f. 149.
Folgerungen 31. 139. 165. 203.
Form 35. 70. 136. 140. 153ff. 158.
formal 176. 208 217f.
formaler Gesichtspunkt 174.
formale Logik und abstrakte Geometrie 164ff.
Formationsbeziehungen zweiten Grades 53ff.
Forschung 126f.
Fortpflanzung 113.
Fortschreitungsbewegung der Sonne 18.
Fundamentalgrößen 178.
Funktion(en) 212. 222. 225f. 231f. 251ff.
Furcht 99

g (Galileische Konstante) 134.
Gallium 111.
Gase 145ff. 239.
Gastheorie, kinetische 54. 145f.
Gastrulastadium 113.
Gedanke(n) 201. 215. 217. 253. 255.
Gedankenprozeß 192.
Gefahren der Sprache 16ff.
— des Historizismus 75.
„gegeben" 190ff. 199. 203.
Gegenstände 181ff. 185. 188f. 190f. 193f. 196. 199ff. 204f. 206. 215ff.
Gegenwart 89ff. 90ff.
Gegenwirkungen 253.
Gehalt 137. 143.
Gehirn 251ff.
Gehirnfunktionen 130.
Gehirnprozesse 66. 256f.
Gehirnvorgänge 67.
Gehirnwindung, Brocasche 68.
Gehörsempfindungen 85.
Gehörshalluzinationen 96.
Genauigkeit 149. 156. 174. 178. 214. 226.
Genauigkeitsgrad 138.
Generationswechsel 113.
genetisch 23. 48. 150ff. 194. 254.
Genie 127. 130.
Genie und Induktion 131.
Geologie 119.
Geometrie, analytische 10. 72. 78. 152. 161f. 164ff. 166ff. 174. 176. 181. 186. 198f.
— euklidische 10. 198f.
Geographie 110.
Gerade 167ff. 175f. 187. 191.
Geranium 111.
Gerechtigkeit 20.
Gesamtheit(en) 185. 189. 194. 218.
Geschichte 68ff. 115ff.
— der Philosophie 76.
— der Wissenschaft 76. 197.
— des Denkens 75.
geschichtliches Faktum als Invariante der Quellen 118ff.
Geschichtsphilosophie 120.
Geschichtsschreibung, als Kunst und als Wissenschaft 116ff.
Geschwindigkeit 128. 132.
Gesetz(e) 104ff. 117. 126. 179f. 194. 203. 218. 250ff.
Gesetz der drei Stufen 68.
— — großen Zahlen 230ff.
— — logischen Grundbeziehungen 189f.

Gesetz des geringsten Kraftaufwandes 258.
Gesetzeswissenschaften 107.
Gesicht 84.
Gesichtsempfindungen 85.
Gesichtshalluzinationen 96.
Gesichtswahrnehmung 84.
gesunder Menschenverstand 153f.
Gewicht 206f.
Gewißheit 231. 233f.
Gezeiten 136.
Glaube 84ff. 89. 91. 94. 98ff.
gleich 224.
Gleichheit 184. 186. 188f. 206. 214.
Gleichgewicht 142. 146f. 244.
Gleichungen 177f. 222. 224.
Gleichwertigkeit 137ff. 187.
Gleichzeitigkeit 112.
Glied, letztes 24. 41. (verbindendes) 258.
Glieder (allgemeine) 200.
Gotik 118.
Grammatik 67.
grammatikalische Logik 190.
Gravitation 131ff. 140. 237.
Grenze(n) 23ff. 214.
Größen 177f. 186. 224. 226.
Grundbegriffe 170f. 173f. 176.
Grundgesetz, biogenetisches (Haeckels) 62.
Grundlagen der Arithmetik 199ff.
grundlegende Hypothesen 252ff.
Grundoperationen 182ff. 188f.
Grundpostulate 176.
Grundproblem 223.
Grundsätze 174. 183. 193ff. 216ff.
Grundsymbole 176.
Grundtatsachen, psychische 66.
Grundtypen 182.
Grundvorstellungen 193.
Gruppe 183.
Gruppe(n) von Transformationen 100ff.
— von Zuordnungen 175.

Halluzinationen 95ff.
Hemmungswirkung 255.
Hermaphroditismus 112ff.
Heterogonie 113.
Hilfshypothesen 138.
Himmelskörper 7. 135f. 237.
hinschauen 102.
Hirnrinde 98.
historisch 68ff. 73. 88. 91ff. 179.
Historizismus 75.
Hoffnung 99.
homo oeconomicus 242. 245f.
hören 85.
horror vacui 106.
Hyperästhesie 130.
Hypothese(n) 52ff. 61. 119. 121ff. 125. 127. 129. 132ff. 137ff. 148. 150. 157f. 171. 177. 191f. 197. 202f. 207. 223f. 227. 232f. 238ff. 247. 250ff.
hypothetisch 174.
Hysterische 97.

idealer Maßstab 178.
Idealismus 14ff. 45. 86.
Idee, fixe 96.
Ideen 219.
—, allgemeine in der Wissenschaft 1ff.
— assoziation 53.
Identität 189. 193. 216.
Ideographie 161.
Ignorabimus, das ewige 6.
Illusion 71. 106.
immanent 211.
Immanenz 216.
implizit 173ff. 176. 181. 224. 233. 238f. 246f.
indifferent 139. 143. 148.
Individuum (duen) 183. 186. 190. 217. 251.
Induktion(en) 104. 106. 131. 141. 151f. 155. 157f. 200. 202. 227f. 238. 250.
Infinitesimalrechnung 23ff.
Inhalt 155f. 158. 160. 176.

Integraph 11.
Interpolation(en) 229ff.
Interpretation 229f.
Invarianten 91. 100ff. 119f. 124. 193f. 196. 204. 206. 215. 222f. 240.
Invariantes 88ff. 91.
Invarianz 88. 193ff. 215. 218.
Ionen 54. 149.
Irreduzibilität 110.
isoliert 209f.
Isomerie 54.
Isotropie 63.

Jupiter 131. 133.

Kapillarität 137.
Kategorie(n) 204.
Kausalbeziehung 258.
Kausalreihen 237.
Kausalvorstellungen 256.
Keimblätter 64.
Keimelemente 58.
Keimplasma 64.
Keimzelle 58ff.
Kenntnisse 178.
kinetisch 54. 154f. 209.
Klasse(n) 183ff. 187ff. 200. 204. 206. 219. 225ff.
Klassifikation 113f.
Koexistenz(en) 104. 204. 206. 215. 217.
Kohlenstoffverbindungen 53.
Kokain 96.
Kollektivpsychologie 129.
Kometen 133.
kommunizierende Gefäße 146f.
kommutativ 189.
Kongruenz 175.
Konjunktion 183.
konkret 165. 167. 169. 172. 176. 178. 198. 206. 210. 218. 220. 232. 242.
Konsonanz 93ff.
konstant 207. 229f.
Konstante 40. 134. 138. 142. 207ff.
Konstanz 207ff. 226. 249.
Konstanz der Masse 207ff. 249.
Konstitution 61. 64.
konstruierte logische Beziehungen 187ff.
Konstruktion(en) 11. 50. 87. 151. 178. 196. 201. 219. 238f.
Konversion 159f.
Konzentration 145. 148f.
Koordinaten 108. 199.
Korrektur der impliziten Hypothesen 240f.
Kraft 49. 51. 128. 130. 132ff. 140f. 145ff.
Kreis(e) 176. 181.
Krisis in der zeitgenössischen Volkswirtschaftslehre 241ff.
Kriterien der Vereinbarkeit von Postulaten 197ff.
— der Verifikation 233.
Kriterium(ien) 98ff. 114. 123. 143. 150. 161. 211. 224. 228. 238. 247.
Kriterium der Wirklichkeit 84ff. 95ff.
Kritik 45ff. 72. 74. 79. 95. 107. 129. 137ff. 149. 151. 161 166ff. 179ff. 190.
— des metaphysischen Idealismus 14ff.
kritische Perioden 27.
Kritizismus 34.
Kunst 67. 155.

Lageenergie 209f.
Länge einer Linie 168.
Leben der Theorien 151.
— — tierischen Aggregate 62.
— des Plasmas 61.
Lebenskraft 57.
Lehre von den Zellen 56.
Lehrsätze 174.
Leiter (gute und schlechte) 140ff.
Licht 65. 42. 76ff. 104. 236f.
Lichtbrechung 83.
Lichterscheinungen 51. 77. 236.
Lineal 10.
Linie 165. 167ff. 173. 192.
Logarithmen 11.
Logik 72. 124. 127.
— reine 153—202.
Logik und Physiologie 250ff.

Logik und Psychologie 163f.
— und Wirklichkeit 218f.
logische und psychologische Definition 171ff.
logisches Verfahren 180ff.
Lösungen 144ff.
Luftdruck 127.
Luftperspektive 39.

magnetisch 209.
Manteltiere 64.
Masse(n) 128. 141ff. 145. 223. 241. 249.
Maß 41ff.
— der praktischen Genauigkeit 174.
Maßeinheit 40.
Maßstab 178.
Materialismus 69.
Materie 39. 42. 56. 60. 100. 140. 206ff. 235.
Mathematik 162. 164f. 166. 180.
mathematische Folgerungen 165.
— Logik 161f.
— Logiker 189.
Mechanik 67. 72. 142. 152. 241.
Mechanismus 67. 256.
Medium 140. 144.
Membran 146ff.
Menge 26. 140f. 183ff. 218—220.
Mengenlehre 25.
Meßinstrumente 40.
Messung des Druckes 129.
Messungen 177f.
— geodätische 136.
Messungsprozeß 39.
Metagenesis 113.
Metamorphose 113.
Metaphysik 5. 34. 46. 48ff. 59. 69. 80. 87.
metaphysische Erklärungen 258.
Methode(n) 51. 66. 73ff. 77. 115. 126. 192. 207. 222f. 229. 239. 242.
Methodenstreit in der Volkswirtschaftslehre 246f.
Mittel 42.
— arithmetisches 43.
— arithmetisches des genauen Maßes 41.
— der Erkenntnis 139.
Modell 169. 173.
— (System von Bildern) 49. 62. 65.
Möglichkeit 122. 183. 187. 193ff. 204f.
Molekül 53ff. 149.
Mond 131. 134.
monoton 232.
Morphologie 112.
Motiv(e) 129.
Myelinisation 252.

Nationalökonomie 117. 241f.
Naturwissenschaften 72. 111ff.
negativ 140. 144. 227. 239.
Neotenie 113.
Neptun 110. 135.
Nerven 87. 251ff.
Nervenfasern 252f.
Nervenphysiologie 253f.
Nervenströme 253f.
Nervensystem 252.
Nervenzellen 252f.
Neuronentheorie 252.
nichteuklidische Theorien 198.
Nichtleiter 140.
Nichtvererbbarkeit 64.
nisus formativus 57.
nominal 181f.
normativer Charakter 163.
Notwendigkeit 105ff.
Noumenon 30ff.
Nutzen der atomistischen Hypothese 53.

Oberfläche 173.
Objekt(e) 41. 88ff. 104. 139. 164. 175f. 177. 183. 189. 195. 227.
objektiv 32ff. 40. 43ff. 50. 70ff. 204.
objektive Gültigkeit der Arithmetik 220f.
— — der Logik 218f.
— — der logischen Grundsätze 194ff.
ofelimità 247.
Ohr 84.
Ökonomie der Theorien 149ff. 208.
Ontogenese 62.
Ontologien 47ff. 49. 59.

Operationen 182ff. 187ff. 192ff. 198. 200. 218. 251.
Optik 77. 87.
optisch 83ff. 209.
Ordnung 183f. 189. 192f.
Organisation der wissenschaftlichen Arbeit 2ff.
Organismen 61.
Organismus 63. 223.
organizistische Erklärung der Lebensvorgänge 60ff.
Ovisten 63.

Pädogenese 113.
parallel 187.
Paranoiker 96.
partikulär 190.
Pasigraphie 161.
per accidens 159.
Periodizität 113.
Permanenz 208. 216.
Permutationen 192.
perpetuum mobile 8. 11ff.
Pfand 171.
Pflicht 19ff.
Phänomenalismus Machs 86.
Phänomen(on) 30. 211.
Phantasiegebilde 138f. 144.
Philosophie 4ff. 32ff. 45. 75ff. 78. 98ff. 155. 158. 216. 248.
Phylogenese 58. 62.
Physik 50ff. 56ff. 66. 74 104. 107. 114. 120. 182. 223.
physikalische Bedeutung indifferenter Hypothesen 139.
physikalisch gegebene Begriffe 177f.
— Erfahrung 196f.
Physiologie 56ff. 66. 115. 223.
physiologische Seite der Logik 250 bis 258.
Physizismus 60.
Planeten 131ff. 223. 237.
Plasma 58ff.
Polarisation des Lichtes 104.
Polygon 181. 185.
positiv 45ff. 53. 55. 61ff. 70. 80. 87. 140f. 144. 179. 205f. 227. 233f. 239. 249.
Positivismus 33. 65ff. 68ff. 79.
— biologischer 55ff.
— in Geschichte und Soziologie 68ff.
— physikalischer 50ff.
— psychologischer 65ff.
— und Metaphysik 46ff.
Positivisten 234.
positivistisch 33. 45. 50. 52. 66. 70.
Positivität 17. 61.
Postulat(e) 168. 174ff. 177. 182f. 191. 194ff. 198. 200ff. 204f.
Postulat der Erkenntnis 99ff. 219.
Postulat der Stetigkeit 234ff.
— der Theorie 224.
— der Unveränderlichkeit der Masse 241.
— der Ursache 214ff.
— des Mittels 42ff.
Potentialfunktion 182.
potentiell 33.
Präformation 62ff.
Präformationslehre 63.
präformistisch 62ff. 251.
Präsumtion 106.
Prinzip, archimedisches 146.
— cartesisches 76.
— der Energetik 209.
— der Erhaltung der Energie 12. 209.
— der formalen Permanenz 208.
— der Identität 216.
— der mathematischen Induktion 200. 202.
— der Nichtvererbbarkeit 64.
— des Widerspruchs 216.
Prinzipien 233.
— der Geometrie 161. 165.
Problem(e) 1ff. 43. 57. 62. 71ff. 74ff. 77. 88. 120. 125. 136. 149. 151f. 179. 250ff.
— der Logik 153 bis 258.
— sog. unlösbare 8.

problematischer Charakter des Lavoisierschen Gesetzes 208f.
Produktion 1. 245.
Prophetie 130.
Protisten 66.
Protoplasma 58.
Prozesse 159.
— assoziative 191ff. 195.
— dissoziative 193.
— geistige 151.
— induktive 156.
— logische 151. 182. (er) 193.
Psychologie 22ff. 65ff. 70. 87.
psychologisch 26. 28. 35. 50. 65ff. 68. 70off. 74ff. 94. 96. 149ff. 162ff. 167. 170off. 175. 178ff. 182ff. 193. 196f. 199. 201f. 213. 217. 234. 246. 250off.
—er Wert des Absoluten 26ff.
Psychophysik 39.
Punkt(e) 165. 167ff. 173. 175f. 181. 191f.
π (die Zahl) 10.
πάντα ῥεῖ 216.

Quadratur des Kreises 8ff. 11.
qualitativ 76ff. 196. 198. 225f. 229. 233.
Qualität 76ff.
Quantifikation des Prädikats 161.
quantitativ 76ff. 196. 209. 219. 225f. 229. 233.
Quantität 76ff. 245.
— der Materie 206. 208.
Quellenkritik 68.

Radioaktivität 207.
radius vector 131f.
Räsonnement 72. 90. 126. 128ff. 153. 157f. 202.
rational 205.
Rationalismus 125ff.
Raum 208.
Raumvorstellung 78.
realer Wert der logischen Grundsätze 216f.
Realität 34. 70ff. 85ff. 126. 130. 163. 177. 194. 201.
Real- und Nominaldefinitionen 171ff.
Recht 179f. 185.
Rechtswissenschaft 179.
Reduktionsverfahren 166f.
Reflexion 104. 126.
Regeln der Deduktion 189.
Reich der Gleichheit 70.
Reihe(n) 23ff. 119. 124. 183ff. 187f. 199ff. 204. 225. 235f.
— divergente 24f.
— konvergente 24f.
Reihe(n) ohne Grenze 24.
— unbestimmte 24f.
— unendliche 24f.
— von Schwingungen 51.
Reihenfolge der Summanden 25.
Rekonstruktion 116f. 192.
relativ 17ff. 21. 197. 205. 210. 215. 221f. 240.
Relativität 178.
— der Unterscheidung von subjektiv und objektiv 37ff.
— des Absoluten 21.
Religion 67.
Resultante der Motive 129.
Resultante von Kräften 135.
Richtung einer Geraden 187.

Satelliten 131ff.
Scandium 111.
Schatz 171.
Schein 29ff. 38.
Scheinwesen 123.
Schemata 158ff. 162f.
Schlaf, hypnotischer 97.
Schlüsse 203f. 207f. 216. 232ff. 247ff.
Schmelzpunkt 225.
Schmelztemperatur 104. 149. 229.
Schmerz, fremder 93.
Schule, alexandrinische 67.
— deutsche 198.

Schule, englische empiristische 99.
— englische geometrische 161.
— historische 246.
— italienische arithmetrische 198.
— klassische 242.
— mathematische 246.
— nationalökonomische 246.
— positivistische 70.
Schwerkraft 63. 134f.
Schwierigkeiten im Begriff der Ursache 213.
Schwingungen 51.
Seestationen 115.
sehen 85ff. 94. 102. 154.
Sicherung der impliziten Hypothesen 238ff.
Siedetemperatur 104. 149. 229.
singulär 190.
Sinne 102.
Sinnesempfindungen 77. 85.
Sinnesgegenstände 219.
Sinnesorgane 87.
Sinnestäuschungen 71. 82ff.
Sinneswahrnehmung 126.
Skeptizismus 75. 205.
Sonne 121. 131. 133.
Sophismen 159f.
sozial 45. 69ff. 80. 94f. 100. 116f. 150. 179. 213. 246.
Soziologie 68ff. 117.
Spektralanalyse 7.
Spekulation(en) 6. 33. 46. 87. 213. 234.
Spermatisten 63.
Spermatozoon 63. 112.
Spielschachtel 35.
Sprache 16ff. 67. 117. 158ff. 167.
Stein der Weisen 8.
Sternschnuppen 133.
stetig 225ff. 234ff.
Stetigkeit 234ff.
Stetigkeit der Kausalreihen 236f.
Stetigkeitsvoraussetzung 229.
Störungen 135f.
Strahlungen 208.
Strenge 204f.
streng logischer Aufbau einer Theorie 166.
Ströme als scharf lokalisiert betrachtet 253.
Struktur des Plasmas 60.
Strukturformeln 53. 223.
Subjekt 41. 190. 217.
subjektiv 32. 36ff. 43ff. 45. 48. 51ff. 70ff. 86. 173. 202f.
Subjektives und Objektives bei der Messung 38ff.
Subjektiv und Objektiv im Aufbau der Wissenschaft 43ff.
Substanz(en) 29ff. 47. 204. 216. 234. 238.
substituierbar 184.
Substitutionen 100.
Sukzession(en) 204. 217.
Supposition 100. 185. 193. 195.
Symbole 174. 176.
symbolische Logik 194.
symbolische und psychologische Logik 163ff.
symmetrisch 144.
Synthese 178.
synthetisch 57. 91ff. 154f. 204. 206.
System(e), 5. 47ff. 57. 65. 130f. 139. 142. 145. 150. 161. 165. 174. 176f. 179. 188f. 194. 196. 203. 209f. 221. 223f. 240. 250f.
Systematik 112.

Tastempfindungen 85.
Tastsinn 84.
Tatkraft 99.
Tatsache(n) 70ff. 80ff. 101ff. 107ff. 120ff. 176f. 203ff. 207. 211ff. 215ff. 220f. 242. 251. 256.
Tatsachenbegriff 71. 251.
Tatsachenerkenntnisse 45. 72.
Tatsachenhypothesen 61ff. 65. 122.
Tatsachen und Gesetz 104.
Tatsachen und Theorien 81ff.

Täuschungen, optische 83ff.
Tausend und eine Nacht 81ff.
Temperatur 145. 148. 178. 224.
Theorie(n) 81—125. 128ff. 137ff. 144ff. 149ff.
— allgemeine über den Bau der Keimzellen 59.
— äquivalente 51.
— atomistische 54.
— biologische 62.
— deduktive 171.
— desAnimismus57.
— epigenetische 63.
— mechanische des Lichtes 77.
— metaphysische 50.
— mikromeristische 60.
— organizistische 60.
— physiko-mathematische 177.
— positive 61.
— präformistische 63.
thermisch 209.
Thermodynamik 12. 149.
Thermometer 178.
Tierphysiologie 114.
Tonalität 67.
Transformationsgruppen 100.
Transformation von Theorien 164.
transitiv 189.
transzendent 21ff. 25. 32ff. 44. 48ff. 61. 80. 86. 184. 192.
transzendente Prozesse 22ff.
transzendental 41. 107. 124. 208. 234.
Transzendentalismus 49.
Traum und Wirklichkeit 81ff.
Trennung(en) 183.
Trugschlüsse 160. 216.
Trust(s) 245.
Typus 225f.

Übereinstimmung der Experimente 240.
Überlegung(en) 42. 126. 128. 154. 163. 171. 217. 221. 226. 254.
Überzeugung 99. 206.
Umformung(en) 177. 191. 202f.
umkehrbar 203.
Umkehrung 184.
Umlaufszeiten 131.
Umschreibung 170.
Unbekannte, das 31ff.
Unbeständigkeit des Homogenen 49.
Unbestimmtheit 156f.
undefiniert 175. 177.
unendlich 23ff. 191f. 210.
Unendlichkeit der Welt 48.
unendlich klein 23ff. 231.
unerkennbar 47. 86.
Universalität des Systems 48.
unlogisch 153f. 256.
Unordnung 154.
unstetig 226ff.
unstreng 166. 173. 205. 215.
Unteilbarkeit des Atoms 53.
Unterschied zwischen subjektiv und objektiv nach Kant 32ff.
— — — — positiv betrachtet 34ff.
Unterschiede 123. 184.
Unveränderlichkeit 183. 188. 196. 205ff. 208ff. 215f. 220ff. 241. 246f. 249. 255f.
Unvollständigkeit 177.
unwahrscheinlich 228.
unwirkliche Dinge 87.
Unwirkliches 91.
Unwirklichkeit 99.
Unzulänglichkeit der Logik als Erkenntniskriterium 154ff.
Unzulänglichkeit der physiologischen Psychologie 66ff.
Uranus 109.
Ursache(n) 128f. 151. 204f. 210ff. 223. 234ff. 238f. 257f.
Ursache und Wirkung 211. 234. 237. 257f.

Ursachenvorstellung 257f.
Urteil(e) 159. 190f. 194. 203. 206.

Vakuum 140. 145.
Variation(en) 57. 62. 135. 235.
— nervöser Tonalität 67.
Varietäten 111.
Verallgemeinerung des Experiments 227f.
Veränderlichkeit 219. 222f.
Veränderung der Begriffe 151.
Veränderung(en) 209. 212. 214ff. 221.
Verantwortlichkeit 212f.
Verbindung(en) 183. 222f.
Verdoppelung des Würfels 9.
Vereinbarkeit 183. 195ff. 202.
Vereinbarung(en) 209. 248.
Vereinigung 183. 185. 187ff. 192. 215.
Vererbung 57. 64ff. 151. 251.
Vergangenheit 91. 115ff.
Vergleichung(en) 163. 189. 240.
Verifikation(en) 127. 130. 203. 215. 222. 226. 229. 232f. 240. 244. 247. 256.
Verknüpfungen 85. 122. 139. 234. 257.
Verkürzung der Polarachse 136.
Vernunft 80.
verschieden, Verschiedenheit 193ff.
Versuch(e) 196f. 206ff. 212. 229ff. 233.
Verteilungsgesetz 142f.
Vertrag 171.
Verwandlung der Metalle in Gold 8. 12ff.
Verwerfung der Psychologie im Systeme Comtes 65.
Vieldeutigkeit mechanischer Erklärungen 51.
Volkswirtschaftslehre 241ff.
vollständige und unvollständige Induktion 227.
Volumen 145f. 178.
voraufgehende Sicherung 238.
Voraussage(n) 38. 70. 98ff. 116f. 129f. 137f. 143. 218. 220. 235. 242. 245.
Voraussetzung(en) 125. 199. 201. 203.
Voraussetzungen im Begriff der Wirklichkeit 87ff.
Voraussicht 36. 38. 42. 124f. 150. 221f.
Vorgänge in der Hirnrinde 98.
—, physikalisch-chemische 56.
Vorgänge, physiologische 56.
—, psychologische 96.
Vorstellung(en) 30. 36ff. 50. 52. 55. 60. 87. 91ff. 105ff. 149. 164. 167. 169f. 172ff. 193. 206. 213. 216. 252.
vor und nach 193.

Wahrheit 99. 116. 153ff. 156. 158. 163. 216.
Wahrnehmung(en) 89. 91. 93. 122. 173. 220.
Wahrscheinlichkeit 228ff. 233. 240.
Wärme 76. 148f. 209. 235. 239.
Wärmeempfindung(en) 178.
Wasser als Ursprung aller Dinge 48.
Wellenlänge 42.
Welt, physikalische und metaphysische 138.
Weltall 216.
Welten 223.
Wert 187. 216f.
— der Philosophie 4ff.
— der wissenschaftlichen Erkenntnis 123f.
Werturteile 123.
Wesen, einzellige 60.
— (= Substanz) 29ff.
Wesenheiten 47.
Wesen und Schein 29.

Widerspruch 193. 195. 197. 216. 241. 250.
Widerspruchslosigkeit 196ff.
wie und warum 234ff. 257.
Willen 87. 93. 97ff. 105ff. 129. 179. 195. 212.
Willenshandlungen 87.
Willenskrisen 28.
Willensregungen 91ff. 100ff.
— u. Empfindungen als gleich betrachtet 92.
— als ähnlich betrachtet 92.
Willkürlichkeit 125. 150.
Wirkliches 85ff. 91. 100. 192. 196.
Wirklichkeit 38. 43. 48. 81. 84ff. 89ff. 94ff. 98ff. 139. 160. 177. 196. 202f. 204f. 206. 215f. 217ff. 236.
— als Invariante 100ff.
Wirklichkeitsglaube 94.
Wirklichkeitskriterium 95ff.
Wirklichkeitsproblem 86ff.
Wirkung(en) 211. 253. 257.
Wirkungsweise 252.
Wirtschaftslehre 187.
Wissenschaft 1. 4. 6. 43ff. 67ff. 70. 76ff. 80. 124ff. 150f. 154. 171. 174. 176. 197. 205. 210. 219. 234f. 247ff.
— und Philosophie 4ff.
Wissenschaften 221.
— biologische 55ff.
— historische und soziologische 68ff.
— juristische 212.
— physikalische 50ff.
— psychologische 70.
— soziale 70. 223.
wissenschaftliche Bedeutung astronomischer Entdeckungen 108ff.
Wollen 70. 98.
Worte 162. 182.
Worterklärung 172.
Wortschema 158ff.

Zahl (Begriff) 42.
— π 10.
— e 11.
Zahlen 230ff.
—, ganze 198.
Zahlsystem 230ff.
Zählen 199.
Zählsystem (dyadisches) 201.
Zeichen 158ff. 161ff. 165. 182. 223.
Zeichenlexikon 162.
Zeit 23. 88ff. 193f. 223.
Zelle 56ff.
Zellen 253f.
Zellenlehre 56ff.
Zellkern 58.
Zellplasma 63.
Zentralkräfte 137.
Zentrifugalkraft 132.
Zeugung 57. 113.
Zirkel 10.
Zoologie 111ff. 114. 172. 186.
Zuchtwahl 151.
Zufall 126.
Zufallstheorie Cournots 120.
Zukunft 90ff.
Zuordnung(en) 175. 184. 192.
Zusammenfassung 124.
Zusammenhang der biologischen Wissenschaften 114f.
Zusammenhang der Erkenntnis als Kriterium der Wirklichkeit 91ff.
Zusammenhang, physikalischer 209.
Zusammenhänge zwischen Willensregungen und Empfindungen 100ff.
Zweck 19ff. 68.
— heiligt nicht die Mittel 20.
— der psychologischen Forschung 68.
Zweifeln 97.
Zug 143.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

Verlag von G. B. Teubner in Leipzig und Berlin

Cornelius, Dr. **Hans**, Professor an der Universität München, Einleitung in die Philosophie. [XIV u. 357 S.] gr. 8. 1902. Geh. *M* 4.80, in Leinw. geb. *M* 5.60.

„Es kann nicht die Aufgabe einer Rezension dieses bedeutenden und inhaltsschweren Buches an dieser Stelle sein, alle philosophischen Wege aufzuzeigen, die der Verfasser mit großer Sorgfalt und wissenschaftlicher Gewissenhaftigkeit durchgeht. Der Umstand jedoch, daß das Buch sich nicht ins einzelne der Fachwissenschaft und Fachpolemik verliert, sondern in einer in Ansehung des Gegenstandes leicht verständlichen Sprache und zugleich in liebenswürdiger Weise, die hier und da auch die Wiederholung dem rekapitulationsbedürftigen Leser zuliebe nicht scheut, seine Themata abhandelt, berechtigt zu der lebhaften Mahnung an alle irgendwie philosophisch Interessierten, nicht daran vorüberzugehen."

(Theologischer Literaturbericht.)

—— Psychologie als Erfahrungswissenschaft. [XV u. 445 S.] gr. 8. 1897. Geh. *M*. 10.—.

„Zu den an erster Stelle stehenden Leistungen der psychologischen Wissenschaft, auf welche diese Namen hinweisen, gehört auch das vorliegende Werk ... An neuen ‚Psychologien' war in den letzten Jahren gewiß kein Mangel, die aber großenteils sich mehr als Zusammenfassungen bereits bekannter Tatsachen und Standpunkte, denn als selbständige Darstellungen zu erkennen gaben, und vielfach die eigentlich wichtigen, prinzipiellen Fragen der Psychologie hinter Einzelheiten zurücktreten ließen. Im Gegensatz hierzu sucht das vorliegende Werk überall gerade diese prinzipiellen Fragen der Psychologie zu beantworten und weiß, bei strikter Wahrnehmung der empirischen Methode, den Mechanismus der Bewußtseinsvorgänge in überzeugender Klarheit von den elementarsten bis zu den kompliziertesten Prozessen auf Grund einer Reihe wesentlich neuer Gesichtspunkte und Betrachtungsweisen vor uns zu entwickeln."

(Allgemeine Zeitung.)

—— Einleitung in die Erkenntnistheorie für Naturwissenschaftler. [ca. 20 Bogen.] gr. 8. In Leinw. geb. [In Vorbereitung.]

Emden, Dr. R., Professor an der Kgl. Technischen Hochschule zu München, Gaskugeln. Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie auf kosmologische und meteorologische Probleme. Mit 24 Figuren, 12 Diagrammen und 5 Tafeln im Text. [VI u. 498 S.] gr. 8. 1907. In Leinw. geb. *M* 13.—.

Untersuchungen über den Bau und die fortschreitende Entwicklung gasförmiger Himmelskörper liegen nur in einigen, z. T. schwer zugänglichen Abhandlungen vor, von denen in erster Linie diejenigen von H. Lane, W. Thomson, G. Darwin und A. Ritter zu erwähnen sind. Verfasser hat diese Untersuchungen neu aufgenommen, von möglichst allgemeinen Gesichtspunkten aus durchgeführt und die erhaltenen Resultate in Form eines kurzen Lehrbuches niedergelegt. Die notwendigen mechanischen Quadraturen sind sehr exakt ausgeführt; dadurch ist ein wertvolles Zahlenmaterial als Grundlage weiterer Forschung gewonnen. Der 2. Teil des Buches behandelt die Anwendungen dieser Untersuchungen auf kosmische Staubmassen, Nebelflecke, die Erde nebst ihrer Atmosphäre und die Sonne. Die Strahlenbrechung in einer kugelförmigen Gasmasse, die durch innere Gravitation zusammengehalten wird, ist eingehend behandelt, was mit Hinblick auf einige neuere Ansichten über die Strahlenbrechung auf der Sonne von besonderer Wichtigkeit sein dürfte.

Galilei, Galileo, Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme, das ptolemäische und das kopernikanische. Aus dem Italienischen übersetzt und erläutert von E. Strauß. [LXXXIV u. 586 S.] gr. 8. 1891. Geh. *M* 16.—.

Das Buch verdient als Quelle der vielen landläufigen Argumente für das kopernikanische System, als farbenprächtiges Gemälde des Ringens mittelalterlicher mit neuzeitlicher Weltanschauung, als Ausgangspunkt für eine Menge physikalischer Untersuchungen der Folgezeit die höchste Beachtung. Die Darstellung ist so klar, daß die meisten Partien einem Primaner völlig verständlich sind und für ihn eine belehrende und anregende Lektüre bilden würden, wie andererseits der Kulturhistoriker in keiner Geschichte der Philosophie eine anschaulichere Schilderung vom Stande der damaligen Naturphilosophie finden kann. — Eine Einleitung, die unter anderem eine biographische Skizze Galileis enthält, und eingehende historische und sachliche Anmerkungen werden das Verständnis und die Würdigung des Werkes erleichtern und mancherlei irrige Ansichten des Verfassers berichtigen; auch Irrtümer, wenn als solche erkannt, und namentlich Irrtümer eines Mannes wie Galilei sind belehrend und verschaffen Einblick in die Geschichte der Wissenschaft.

Günther, Ludwig, Direktor in Fürstenwalde, die Mechanik des Weltalls. Eine volkstümliche Darstellung der Lebensarbeit Johannes Keplers, besonders seiner Gesetze und Probleme. Mit 13 Figuren, 1 Tafel und vielen Tabellen. [XIV u. 156 S.] 8. 1909. Geh. *M* 2.50.

„... Die schwierige Aufgabe, Keplers Lebensarbeit gemeinverständlich darzustellen und ihr Verhältnis zum heutigen Stande der Astronomie aufzuhellen, ist dem Verfasser trefflich gelungen. Ein knapper, klarer Überblick der Alten bis zu Kepler schafft den historischen Hintergrund und damit besseres Verständnis für die im folgenden ausgeführten Gesetze und Kräfte der Sternenwelt in ihrem Zusammenhange. Beigefügte Abbildungen und Tabellen erleichtern das Verständnis. Besonders lichtvoll ist dargestellt, welche Wege Kepler zur Erforschung der Himmelskörper einschlug, um sein großes Ziel zu erreichen. Lehrer seien auf dieses Buch ganz besonders aufmerksam gemacht." (Badische Schulzeitung.)

Hensel, Dr. Paul, Professor an der Universität Erlangen, Hauptprobleme der Ethik. Sieben Vorträge. [VI u. 106 S.] gr. 8. 1903. Geh. *M* 1.60, geb. *M* 2.20.

Der Verfasser geht vom Wege der Ethik als der Wissenschaft vom menschlichen Handeln aus, die uns dessen geschichtliche Entwicklung und seine Gesetze erkennen lehrt. Gegenüber dem Utilitarismus hebt er hervor, daß nicht der Erfolg für den Wert unserer Handlungen maßgebend sein kann, sondern die Gesinnung, durch die sie veranlaßt werden. Die Gesinnungsethik allein bietet in dem pflichtmäßigen Handeln einen sicheren Maßstab der Beurteilung. Je dringender die Gegenwart eine Auseinandersetzung mit den verschiedenen geistigen Strömungen fordert, je mehr die Persönlichkeit wieder nach festen Normen des Handelns verlangt, um so mehr Aufmerksamkeit wird man diesem Buche schenken müssen, das diese Fragen in klarer und ansprechender Weise behandelt.

Holzmüller, Dr. **Gustav**, Professor in Hagen i. W., elementare kosmische Betrachtungen über das Sonnensystem und Widerlegung der von Kant und Laplace aufgestellten Hypothesen über dessen Entwicklungsgeschichte. Mit 8 Figuren im Text. [VI u. 98 S.] 8. 1906. Geh. *M* 1.80.

Die kosmischen Betrachtungen beziehen sich zunächst auf die Himmelsmechanik. Die Ableitung der drei Keplerschen Gesetze aus der Newtonschen Anziehungshypothese gelingt ihm auf elementarem Wege. Auch das Gesetz für kleine Störungen wird einfach entwickelt. Mit den mechanischen Betrachtungen werden sofort die wärmetheoretischen Entdeckungen von Rob. Mayer und H. v. Helmholtz und andere physikalische Probleme behandelt. Der gegenwärtige Zustand der Sonne wird nach den neuesten Forschungen dargestellt. Die Stoffauswahl geschah in der Absicht, eine kritische Besprechung der von Kant und Laplace aufgestellten Theorien über die Bildung des Sonnensystems zu ermöglichen, die durchaus ablehnend ausfällt.

„... Wie prächtig ist das Büchlein, das da der einstige Leipziger Dozent auf Grund eines Würzburger Ferienkursus herausgibt! Wem eine solche Darstellung nicht Lust und Mut zur näheren Beschäftigung mit der neueren Philosophie macht, dem wird kaum etwas anderes helfen. Edle und doch allzeit klare Bildlichkeit des Ausdrucks, eine übersichtliche Disposition, vorsichtiges und doch aufrichtiges Urteil: alles hilft zusammen, um die Lektüre zur Freude zu machen."
(**Wissenschaftliche Beilage der Leipziger Zeitung.**)

Lipps, Dr. **G. F.**, Professor an der Universität Leipzig, das moderne Bildungsideal und der wissenschaftliche Schulunterricht. [ca. 300 S.] gr. 8. Geh. [Erscheint Ostern 1910.]

Petzoldt, Dr. **Joseph**, Oberlehrer am Gymnasium zu Spandau, Einführung in die Philosophie der reinen Erfahrung. Erster Band: Die Bestimmtheit der Seele. [XIV u. 356 S.] gr. 8. 1899. Geh. *M* 8.—. Zweiter Band: Auf dem Wege zum Dauernden. [VIII u. 342 S.] gr. 8. 1904. Geh. *M* 8.—.

Das Buch bietet eine Einführung in den Anschauungskreis, als dessen hauptsächlichste Vertreter Richard Avenarius und Ernst Mach zu gelten haben. Ihre Philosophie, insbesondere die schwer verständliche Kritik der reinen Erfahrung von Avenarius, leicht zugänglich zu machen, ist eine der Hauptaufgaben des Werkes. Es gewinnt aber auch durch die eingehende Begründung und Anwendung der beiden Prinzipien der Eindeutigkeit und der Tendenz zur Stabilität die Mittel zur Beurteilung, Um- und Weiterbildung jener Philosophie.

Riehl, Dr. **Alois**, Professor an der Universität Berlin, zur Einführung in die Philosophie der Gegenwart. Acht Vorträge. 3., durchgesehene und verbesserte Auflage. [VI u. 274 S.] gr. 8. 1908. Geh. *M* 3.—, in Leinwand geb. *M* 3.60.

„Riehls Buch gehört zu denen, welche eine Empfehlung nicht mehr nötig haben. In meisterhafter Darstellung führt er uns auf historischem Wege zu dem Punkte philosophischer Entwicklung, den er als Höhepunkt ansieht: Kant. Aber die Philosophie darf auch bei Kant nicht stehen bleiben, denn die besonderen Probleme werden ihr von der forschenden Wissenschaft geliefert. Und diese exakte Wissenschaft beherbergt heute

den philosophischen Geist. Rob. Mayer, Helmholtz, Hertz sind seine Vertreter, und das Energiegesetz ist ‚der größte Fortschritt der allgemeinen Wissenschaftslehre seit der Kritik der reinen Vernunft'. Auf Grund solcher Anschauung rückt Riehl auch die Erörterung über naturwissenschaftlichen und philosophischen Monismus in den Mittelpunkt."

(**Straßburger Post.**)

Volkmann, Dr. **P.**, Professor an der Universität Königsberg i. Pr., Fähigkeiten der Naturwissenschaften und Monismus der Gegenwart. [38 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M* 1—.

Während der Verfasser in einer früheren Rede den naturwissenschaftlichen Monismus einer Betrachtung unterzogen hat, wendet er sich in dem vorliegenden Vortrage dem vulgären und philosophischen Monismus zu. Im besonderen finden sich behandelt: Die Rolle des entwicklungsgeschichtlichen Gedankens und der Formalismus im Monismus.

—— Die materialistische Epoche des neunzehnten Jahrhunderts und die phänomenologisch-monistische Bewegung der Gegenwart. [30 S.] gr. 8. 1909. Geh. *M* 1.—.

Die Rede nimmt Stellung zu einer Reihe aktueller Fragen; von besonderem Interesse ist vielleicht als Beitrag zu einer Psychologie der Völker die Behandlung von Kant als Typus des deutschen Idealismus, von Laplace als Typus des französischen Materialismus. Wie man Frankreich als Wiege des Materialismus bezeichnen kann, wird man von einer Empfänglichkeit der germanischen Rasse für den Monismus sprechen können.

Voß, Dr. **A.**, Professor an der Universität München, über das Wesen der Mathematik. [98 S.] gr. 8. 1908. Geh. *M* 3.60.

„... Den größten Genuß wird die Schrift den Mathematikern selbst bereiten, insbesondere durch den neben der eigentlichen Rede einhergehenden, ihr an Umfang fast gleichen kritischen Apparat, in welchem der Autor zu vielen strittigen Fragen, vornehmlich zu solchen, die dem Grenzgebiete der Mathematik und Philosophie angehören, Stellung nimmt. Dadurch erhebt sich die kleine Publikation über den Rahmen einer bloßen Gelegenheitsschrift und erlangt bleibenden Wert."

(**E. Czuber in der Neuen Freien Presse.**)

Weinstein, Geheimer Regierungsrat, Professor Dr. **B.**, Privatdozent an der Universität Berlin, die philosophischen Grundlagen der Wissenschaften. Vorlesungen, gehalten an der Universität Berlin. [XIV u. 543 S.] 8. 1906. In Leinwand geb. *M* 9.—.

Das Buch enthält eine Auseinandersetzung über die Grundlagen der Wissenschaften, insbesondere der Naturwissenschaften. Der Ableitung eines Systems der Grundlagen geht die Untersuchung über ihren Inhalt voraus und folgt eine Darlegung der psychischen Tätigkeiten, welche für die Ermittelung der Grundlagen maßgebend sind. Bei der Auseinandersetzung der Beziehungen unserer Wahrnehmungen zur Außen- und Innenwelt kommen insbesondere physiologische und psychologische Verhältnisse zur Sprache. Hierauf werden die Hauptgrundlagen vom Standpunkte der Erfahrung und der Metaphysik einer genaueren Zergliederung und Untersuchung unterzogen: der Begriff der Zeitlichkeit, Räumlichkeit, Substanzialität und Ursächlichkeit, sowie das Wesen von Zeit, Raum, Substanz und Ursache. Den Schluß bildet die Behandlung derjenigen Grundlagen, die der Welterhaltung und Weltentwicklung dienen, sowie der Grundlagen, aus denen Erklärungen der Natur- und Lebenserscheinungen fließen.

VERLAG VON B. G. TEUBNER IN LEIPZIG UND BERLIN

DIE KULTUR DER GEGENWART

IHRE ENTWICKLUNG UND IHRE ZIELE

HERAUSGEGEBEN VON PROF. PAUL HINNEBERG

In 4 Teilen. Lex.-8. Jeder Teil zerfällt in einzelne inhaltlich vollständig in sich abgeschlossene und einzeln käufliche Bände (Abteilungen).

Teil I: **Die geisteswissenschaftlichen Kulturgebiete.** I. Hälfte. Religion und Philosophie, Literatur, Musik und Kunst (mit vorangehender Einleitung zu dem Gesamtwerk).

Teil II: **Die geisteswissenschaftlichen Kulturgebiete.** 2. Hälfte. Staat und Gesellschaft, Recht und Wirtschaft.

Teil III: **Die naturwissenschaftlichen Kulturgebiete.** Mathematik, Anorganische und organische Naturwissenschaften, Medizin.

Teil IV: **Die technischen Kulturgebiete.** Bautechnik, Maschinentechnik, industrielle Technik, Landwirtschaftliche Technik, Handels- und Verkehrstechnik.

Die „Kultur der Gegenwart" soll **eine systematisch aufgebaute, geschichtlich begründete Gesamtdarstellung** unserer heutigen Kultur darbieten, indem sie die Fundamentalergebnisse der einzelnen Kulturgebiete nach ihrer Bedeutung für die gesamte Kultur der Gegenwart und für deren Weiterentwicklung in großen Zügen zur Darstellung bringt. Das Werk vereinigt eine **Zahl erster Namen aus allen Gebieten der Wissenschaft und Praxis** und bietet Darstellungen der einzelnen Gebiete jeweils aus der Feder des dazu Berufensten **in gemeinverständlicher, künstlerisch gewählter Sprache auf knappstem Raume.**

„... Wenden wir aber unseren Blick zu den einzelnen Leistungen, die hier in reichlichster Fülle geboten sind, dann wissen wir in der Tat nicht, was wir herausgreifen und nennen sollen. Aus jedem der angedeuteten Gebiete hat ja ein Meister seines Faches das Wichtigste kurz und übersichtlich gegeben, bald aus seiner Geschichte das Wesen des behandelten Gegenstandes erläuternd, bald ihn in mehr prinzipieller und schematischer Form vor dem Leser ausbreitend. Abgesehen von dem Wert der hervorragenden Einzelleistungen erhält das ganze Unternehmen, zu dem es gehört, seinen besonderen Wert dadurch, daß es versucht, unser Wissen und Können zu einer möglichst systematischen Einheit zu verarbeiten. Damit wird es einem gebieterischen Bedürfnis unserer aus der seelischen Zerklüftung zur Einheit strebenden Zeit gerecht und steht so da als ein bedeutsames Zeichen der Zeit." **(Deutsche Zeitung.)**

Probeheft und Sonder-Prospekte über die einzelnen Abteilungen (mit Auszug aus dem Vorwort des Herausgebers, der Inhaltsübersicht des Gesamtwerkes, dem Autoren-Verzeichnis und mit Probestücken aus dem Werke) werden auf Wunsch umsonst und postfrei vom Verlag versandt.

DIE KULTUR DER GEGENWART

Von Teil I und II sind erschienen:

Die allgemeinen Grundlagen der Kultur der Gegenwart. (I, 1.) Bearbeitet von W. Lexis, Fr. Paulsen, G. Schöppa, A. Matthias, H. Gaudig, G. Kerschensteiner, W. v. Dyck, L. Pallat, K. Kraepelin, J. Lessing, O. N. Witt, G. Göhler, P. Schlenther, K. Bücher, R. Pietschmann, F. Milkau, H. Diels. [XV u. 671 S.] Lex.-8. 1906. Geh. *M.* 16.—, in Leinwand geb. *M.* 18.—

Die orientalischen Religionen. (I, 3, 1.) Bearbeitet von Edv. Lehmann, A. Erman, C. Bezold, H. Oldenberg, J. Goldziher, A. Grünwedel, J. J. M. de Groot, K. Florenz, H. Haas. [VII u. 267 S.] Lex.-8. 1906. Geh. *M.* 7.—, in Leinwand geb. *M.* 9.—

Geschichte der christlichen Religion. Mit Einleitung: **Die israelitisch-jüdische Religion.** (I, 4, 1.) Bearbeitet von J. Wellhausen, A. Jülicher, A. Harnack, N. Bonwetsch, K. Müller, A. Ehrhard, E. Troeltsch. 2. stark vermehrte und verbesserte Auflage. [X u. 792 S.] Lex.-8. 1909. Geh. *M.* 18.—, in Leinwand geb. *M.* 20.—

Systematische christliche Religion. (I, 4, II.) Bearbeitet von E. Troeltsch, J. Pohle, J. Mausbach, C. Krieg, W. Herrmann, R. Seeberg, W. Faber, H. J. Holtzmann. 2. verbesserte Auflage. [VIII u. 279 S.] Lex.-8. 1909. Geh. *M.* 6.60, in Leinwand geb. *M.* 8.—

Allgemeine Geschichte der Philosophie. (I, 5.) Bearbeitet von W. Wundt, H. Oldenberg, J. Goldziher, W. Grube, T. Jnouye, H. v. Arnim, Cl. Baeumker, W. Windelband. [VIII u. 572 S.] Lex.-8. 1909. Geh. *M.* 12.—, in Leinwand geb. *M.* 14.—

Systematische Philosophie. (I, 6.) Bearbeitet von W. Dilthey, A. Riehl, W. Wundt, W. Ostwald. H. Ebbinghaus, R. Eucken, Fr. Paulsen, W. Münch, Th. Lipps. 2. Auflage. [X u. 435 S.] Lex.-8. 1908. Geh. *M.* 10.—, in Leinwand geb. *M.* 12.—

Die orientalischen Literaturen. (I, 7.) Bearbeitet von E. Schmidt, A. Erman, C. Bezold, H. Gunkel, Th. Nöldeke, M. J. de Goeje, R. Pischel, K. Geldner, P. Horn, F. N. Finck, W. Grube, K. Florenz. [IX u. 419 S.] Lex.-8. 1906. Geh. *M.* 10.—, in Leinwand geb. *M.* 12.—

Die griechische und lateinische Literatur und Sprache. (I. 8.) Bearbeitet von: U. v. Wilamowitz-Moellendorff, K. Krumbacher, J. Wackernagel, Fr. Leo, E. Norden, F. Skutsch. 2. Aufl. Geh. *M.* 10.—, in Leinwand geb. *M.* 12.—

Die osteuropäischen Literaturen und die slawischen Sprachen. (I, 9.) Bearbeitet von A. Bezzenberger, A. Brückner, V. v. Jagić, J. Máchal, M. Murko, F. Riedl, E. Setälä, G. Suits, A. Thumb, A. Wesselovsky, E. Wolter. [VIII u. 396 S.] 1908. Geh. *M.* 10.—, in Leinwand geb. *M.* 12.—

Die romanischen Literaturen und Sprachen. Mit Einschluß des Keltischen. (I, II, 1.) Bearbeitet von H. Zimmer, K. Meyer, L. Chr. Stern, H. Morf, W. Meyer-Lübcke. [VII u. 499 S.] 1909. Geh. *M.* 12.—, in Leinwand geb. *M.* 14.—

Staat und Gesellschaft der neueren Zeit (bis zur französischen Revolution). (II, 5, 1,) Bearbeitet von F. v. Bezold, E. Gothein, R. Koser. [VI u. 349 S.] Lex.-8. 1908. Geh. *M.* 9.—, in Leinwand geb. *M.* 11.—

Systematische Rechtswissenschaft. (II, 8.) Bearbeitet von R. Stammler, R. Sohm, K. Gareis, V. Ehrenberg, L. v. Bar, L. v. Seuffert, F. v. Liszt, W. Kahl, P. Laband, G. Anschütz, E. Bernatzik, F. v. Martitz. [X, LX u. 526 S.] Lex.-8. 1906. Geh. *M.* 14.—, in Leinwand geb. *M.* 16.—